



FACULTAD DE CIENCIAS
EXACTAS
UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CENTRO
DE LA PROVINCIA DE BUENOS AIRES

ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO

2017

UNDECIMA CLASE

Inducción Electromagnética

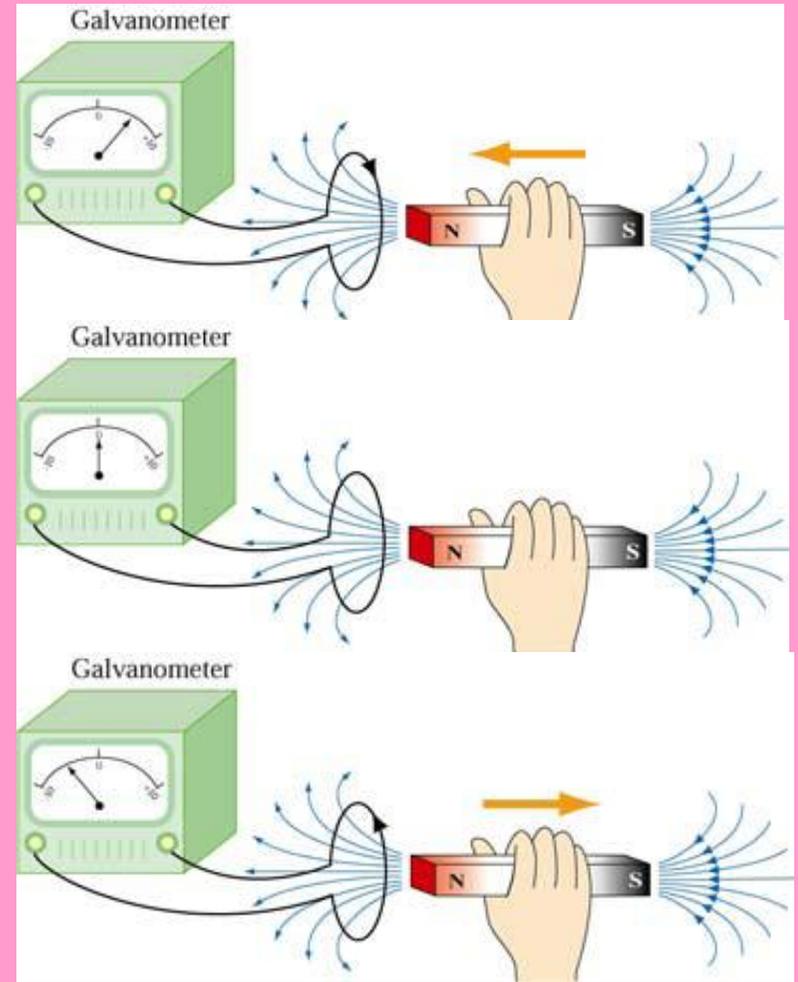
Durante la década de 1830 Michael Faraday en Inglaterra y Joseph Henry (1797- 1878) en Estados Unidos

Corriente inducida

Ley de Faraday

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt},$$

La fuerza electromotriz \mathcal{E} inducida en un circuito viene dada por la variación temporal del flujo magnético, Φ , que atraviesa dicho circuito.

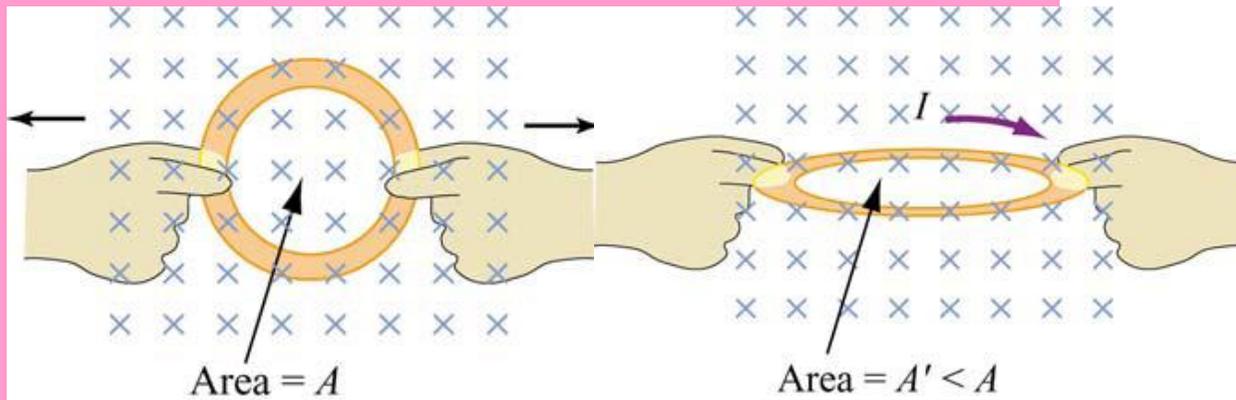
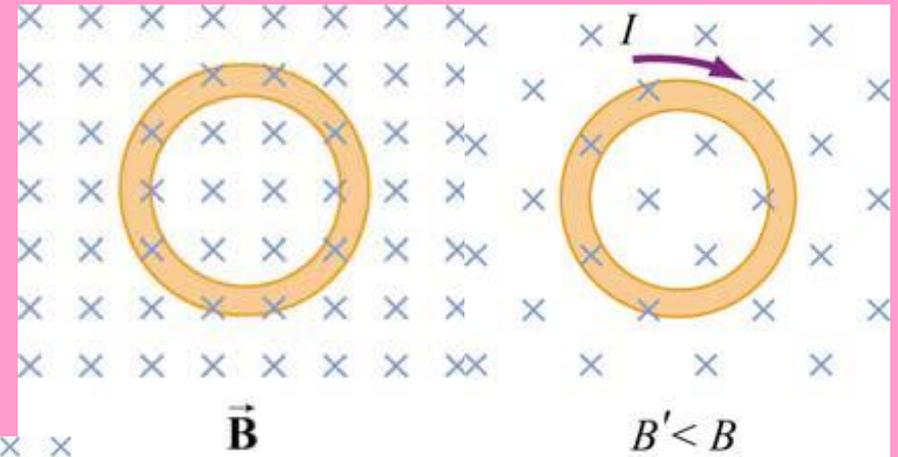


$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

siendo

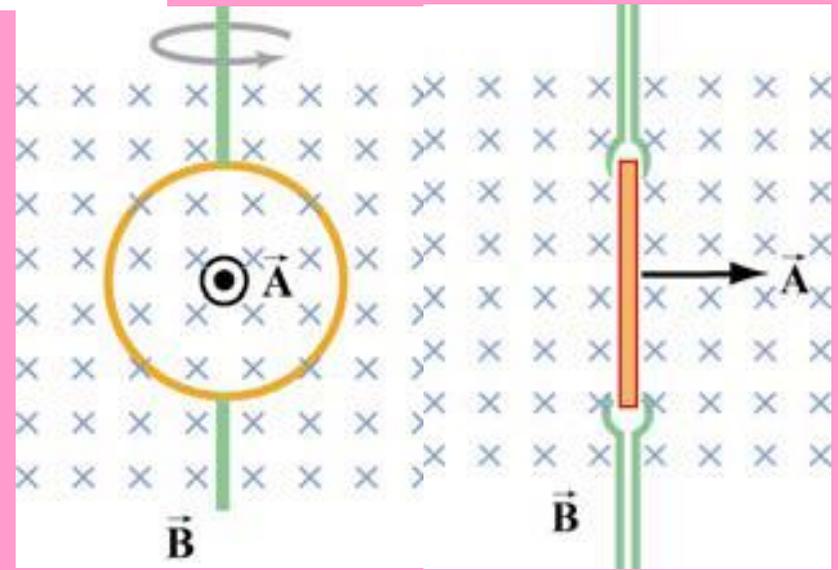
$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int B dA \cos \phi$$

Inducción por
variación de
intensidad de B

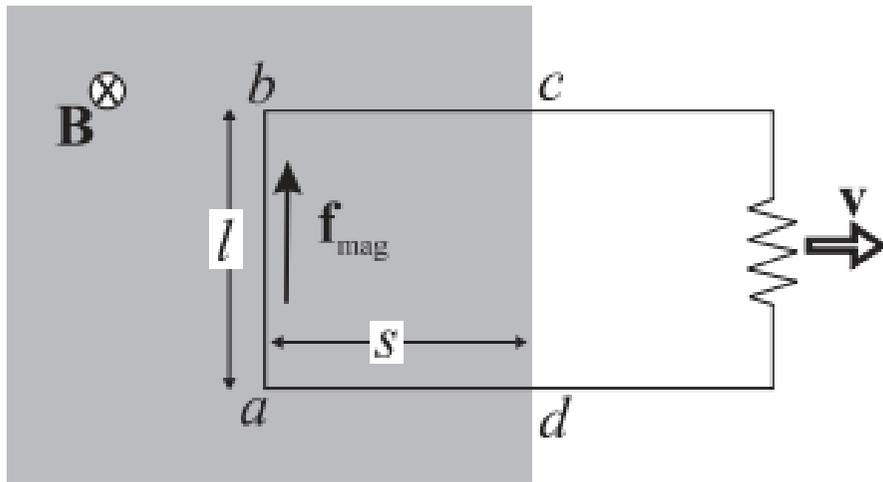


Inducción por
variación de área

Inducción por
variación de ángulo
entre B y A



FUERZA ELECTROMOTRIZ DE MOVIMIENTO



$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

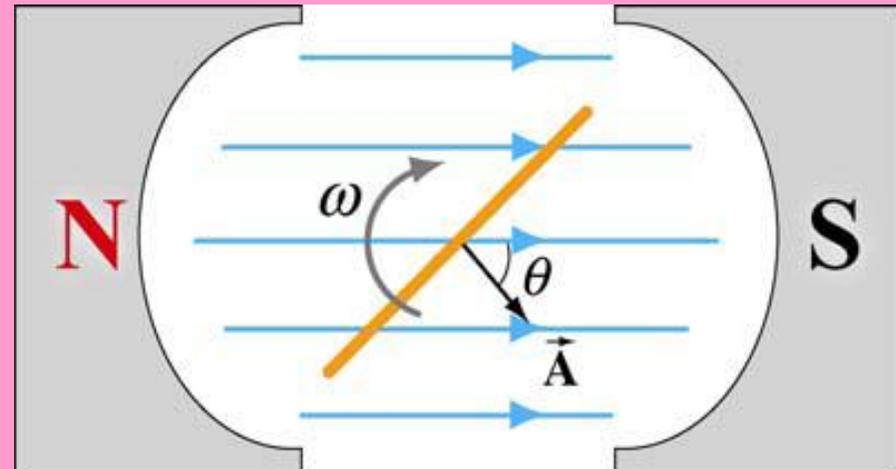
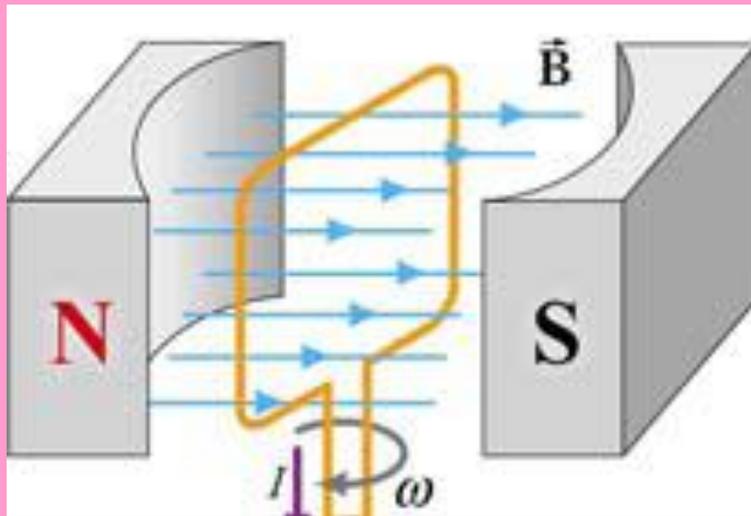
$$\Phi_m = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

$$\Phi_m = \int_S B dS = B \int_S dS = BS = Bls,$$

$$\mathbf{v} = -ds/dt$$

$$\frac{d\Phi_m}{dt} = \frac{d}{dt} Bls = -Blv,$$

Espira que gira a velocidad ω constante en B uniforme



$$d\phi_{mag} = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B dS \cos \theta$$

Si ω es constante $\theta = \omega t$

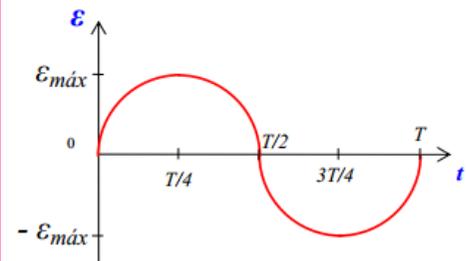
$$\phi_{mag} = B \cos(\omega t) N S = B N S \cos(\omega t)$$

Si espira consiste de N arrollamientos

$$\mathcal{E}_{induc} = - \frac{d\phi_{mag}}{dt} = - B N S \omega [- \text{sen}(\omega t)] = (B N S \omega) \text{sen}(\omega t)$$

$$\mathcal{E}_{induc} = \mathcal{E}_{m\acute{a}x} \text{sen}(\omega t)$$

$$I_{induc} = \frac{\mathcal{E}_{induc}}{R} = \frac{\mathcal{E}_{m\acute{a}x}}{R} \text{sen}(\omega t) = I_{m\acute{a}x} \text{sen}(\omega t)$$



**Generador de
Corriente Alterna**

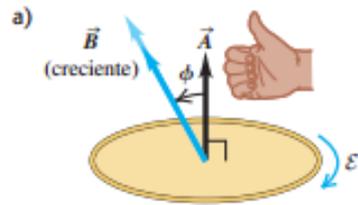
Dirección de la fem inducida

Ley de Lenz

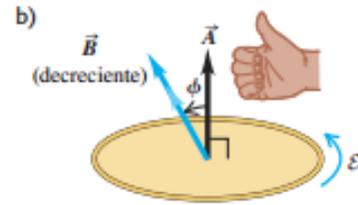
H. F. E. Lenz (1804-1865) fue un científico ruso que reprodujo de forma independiente muchos de los descubrimientos de Faraday y Henry.

La ley de Lenz establece lo siguiente:

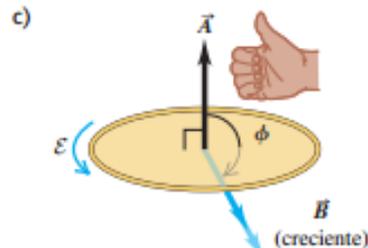
La dirección de cualquier efecto de la inducción magnética es la que se opone a la causa del efecto.



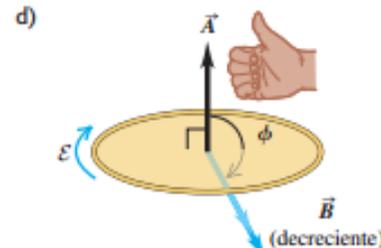
- El flujo es positivo ($\Phi_B > 0$) ...
- ... y se torna más positivo ($d\Phi_B/dt > 0$).
- La fem inducida es negativa ($\mathcal{E} < 0$).



- El flujo es positivo ($\Phi_B > 0$) ...
- ... y se torna menos positivo ($d\Phi_B/dt < 0$).
- La fem inducida es positiva ($\mathcal{E} > 0$).

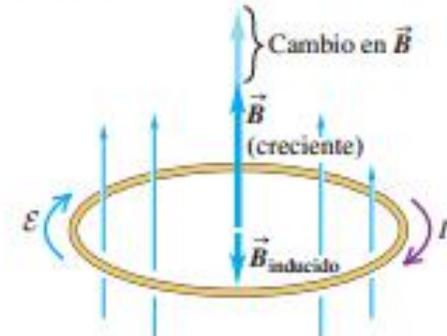


- El flujo es negativo ($\Phi_B < 0$) ...
- ... y se torna más negativo ($d\Phi_B/dt < 0$).
- La fem inducida es positiva ($\mathcal{E} > 0$).



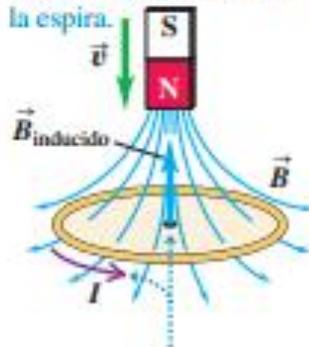
- El flujo es negativo ($\Phi_B < 0$) ...
- ... y se torna menos negativo ($d\Phi_B/dt > 0$).
- La fem inducida es negativa ($\mathcal{E} < 0$).

La corriente inducida debida al cambio en \vec{B} fluye en sentido horario, vista desde arriba de la espira. El campo adicional $\vec{B}_{\text{inducido}}$ originado por esta corriente es hacia abajo, en oposición al cambio en el campo \vec{B} hacia arriba.



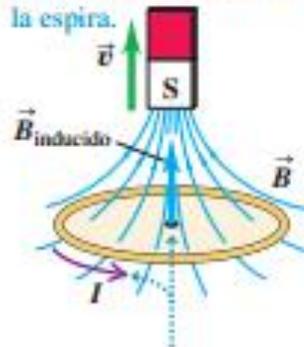
Direcciones de las corrientes inducidas conforme el imán se mueve a lo largo del eje de una espira conductora. Si el imán de barra está fijo, no hay corriente inducida.

a) El movimiento del imán ocasiona un flujo *creciente hacia abajo* a través de la espira.

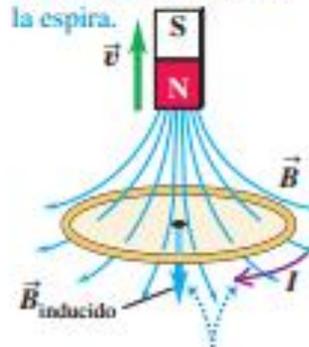


El campo magnético inducido es *hacia arriba* para oponerse al cambio del flujo. Para producir el campo inducido, la corriente inducida debe ir en *sentido antihorario*, vista desde arriba de la espira.

b) El movimiento del imán ocasiona un flujo *decreciente hacia arriba* a través de la espira.

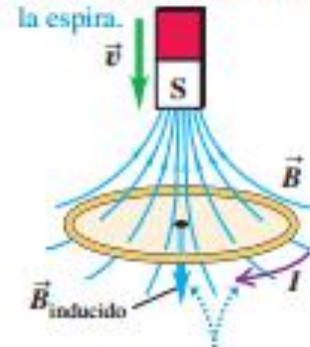


c) El movimiento del imán produce un flujo *decreciente hacia abajo* a través de la espira.



El campo magnético inducido es *hacia abajo* para oponerse al cambio del flujo. Para producir este campo inducido, la corriente inducida debe ir en *sentido horario*, vista desde arriba de la espira.

d) El movimiento del imán ocasiona un flujo *creciente hacia arriba* a través de la espira.

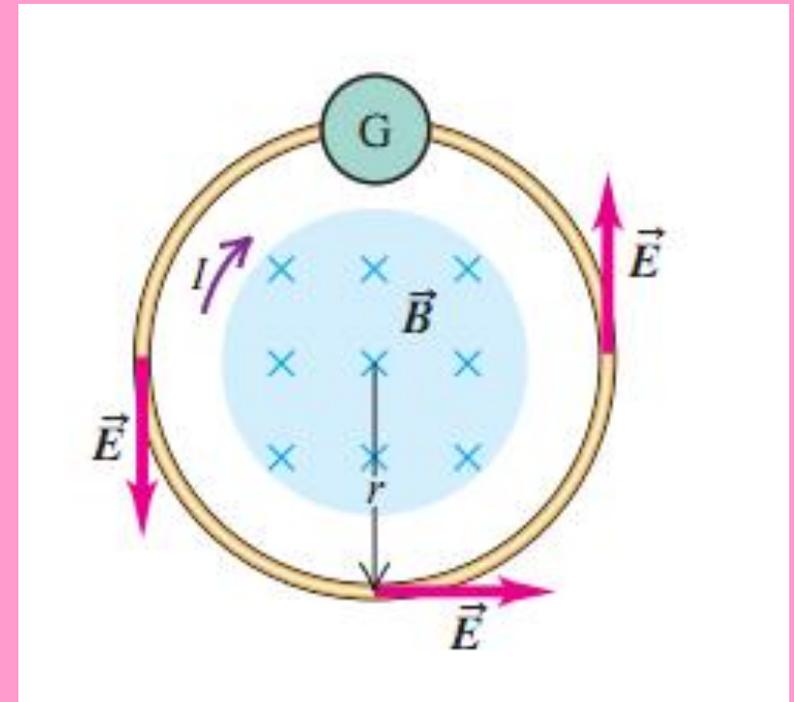


Campo eléctrico inducido

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \mathcal{E}$$

Es no conservativo

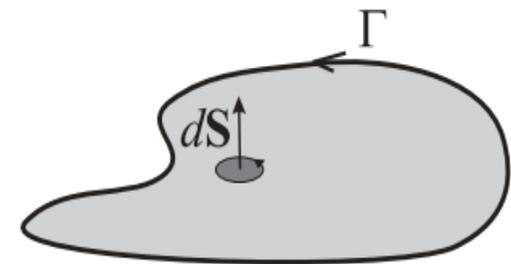
Es campo no electrostático



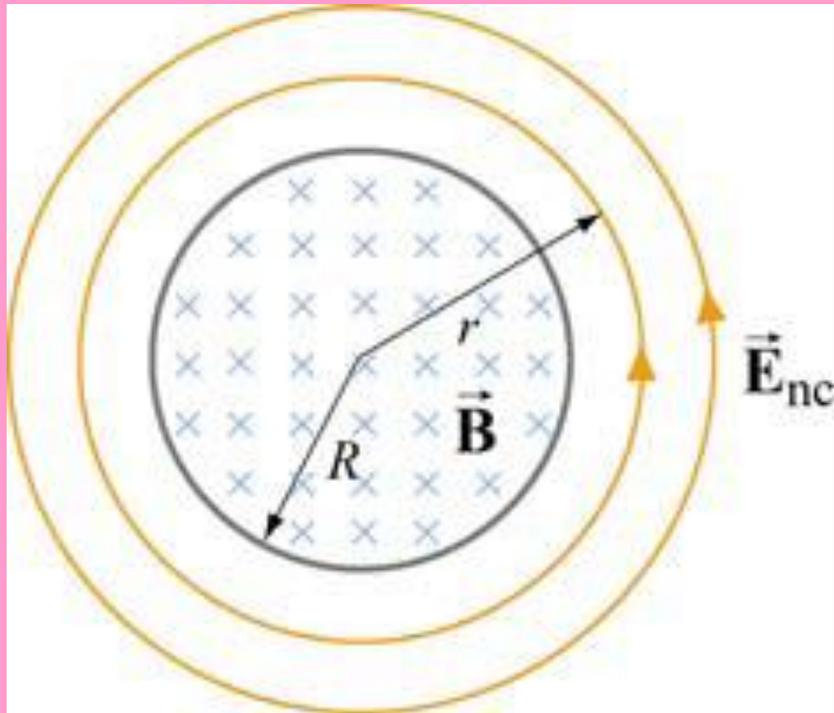
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Ley de Faraday

$$\oint_{\Gamma} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \int_{S(\Gamma)} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S},$$

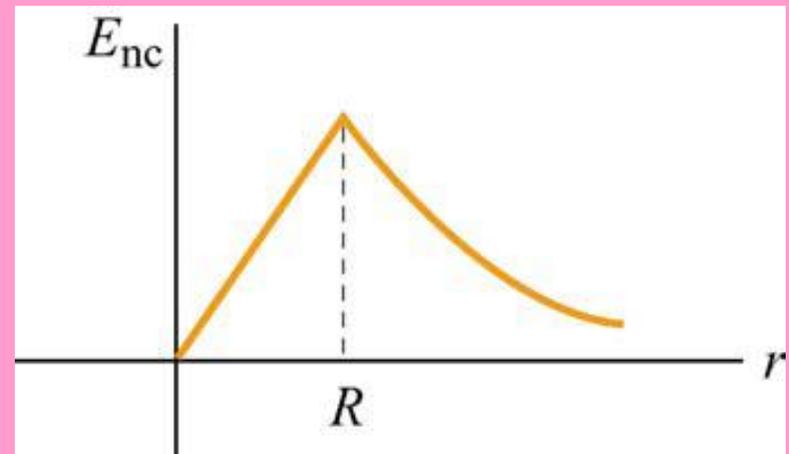


Campo eléctrico inducido



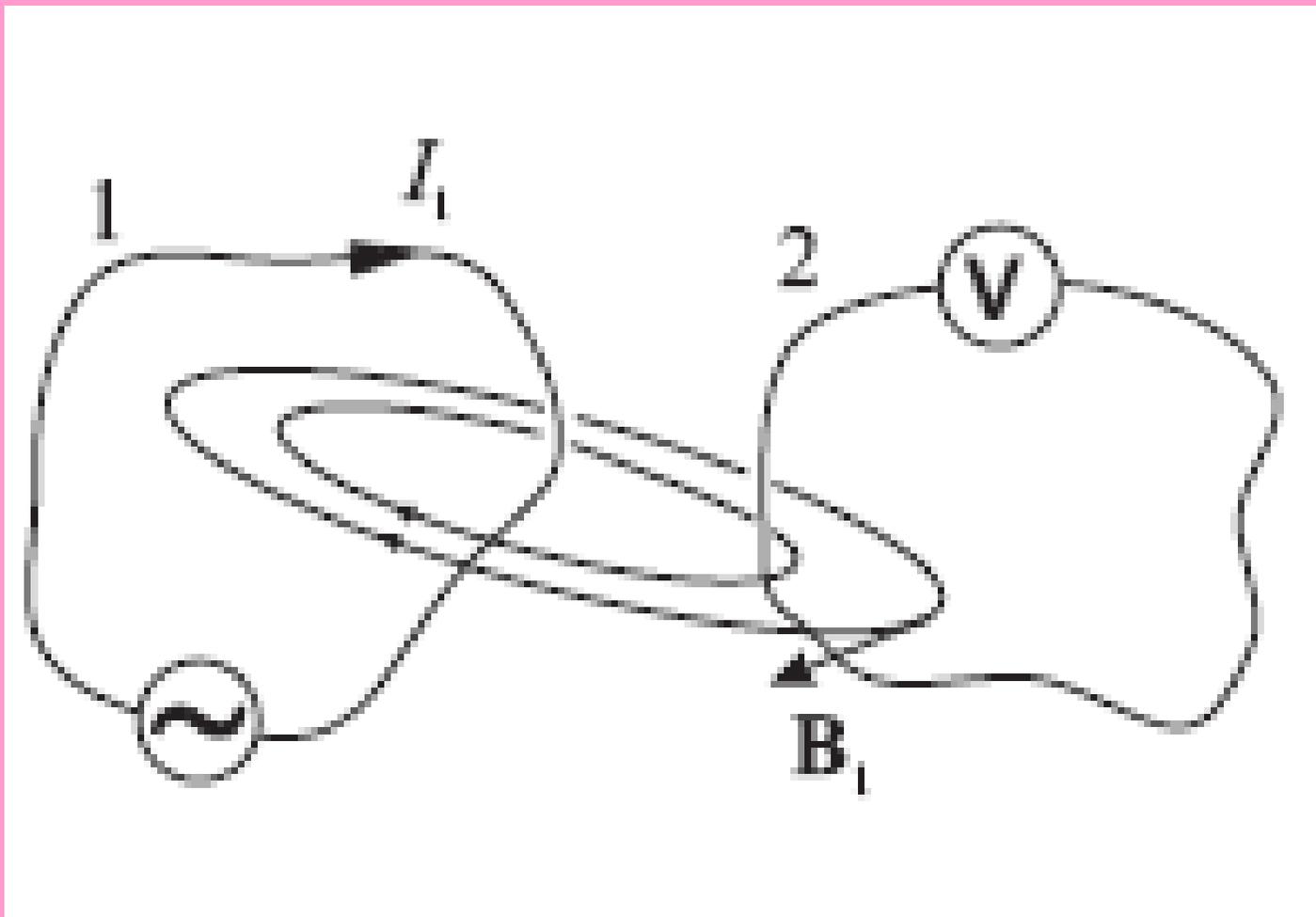
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 2\pi r E,$$

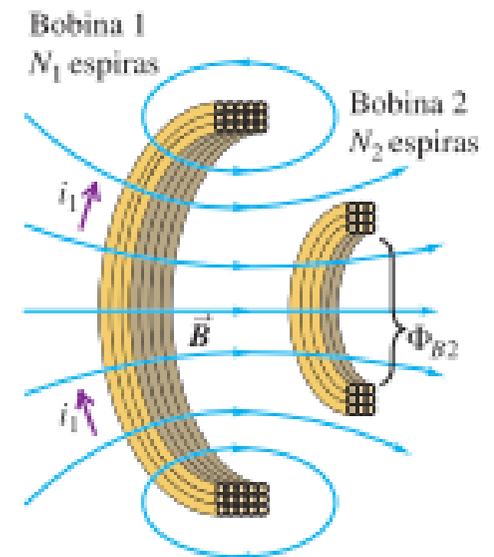


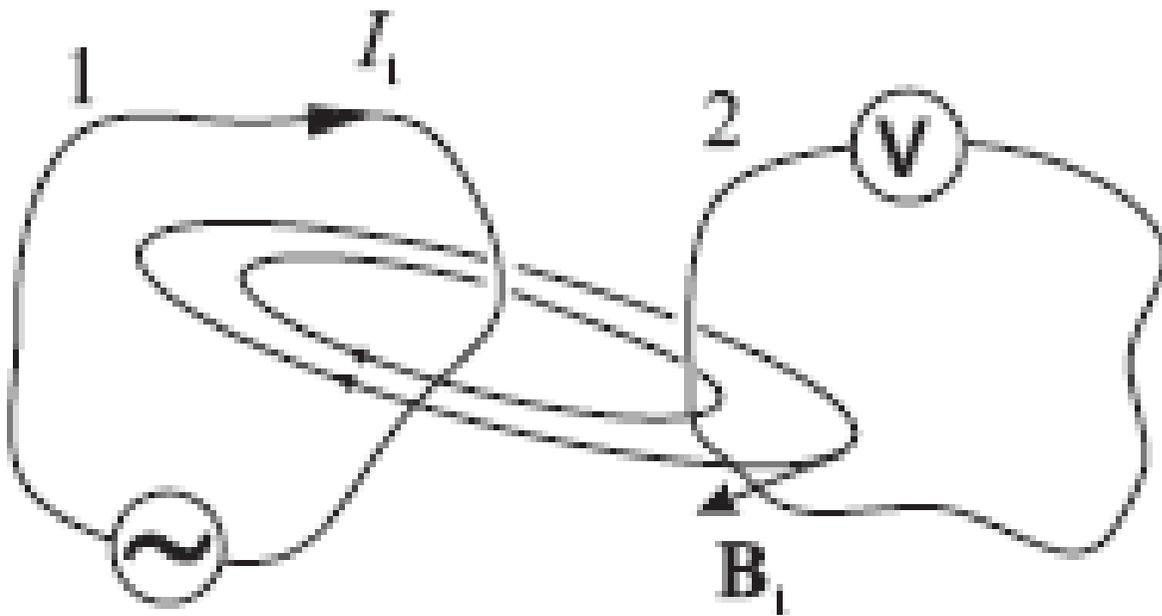
Si en el circuito 1 circula I_1 variable,

qué sucede en el circuito 2 ?????



Inductancia mutua: si la corriente en la bobina 1 está cambiando, el flujo cambiante a través de la bobina 2 induce una fem en esta última.





$$\Phi_{21} = \int_{S_2} \mathbf{B}_1 \cdot d\mathbf{S} ,$$

$$\mathbf{B}(P) = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{\text{espira}} \frac{Id\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3} ,$$

$$\mathbf{B}_1(P) = I_1 \boldsymbol{\beta}_1(P) ,$$

$$\Phi_{21} = I_1 \int_{S_2} \boldsymbol{\beta}_1 \cdot d\mathbf{S} .$$

$$\Phi_{21} \propto I_1 ,$$

Al factor de proporcionalidad entre el flujo magnético en un circuito debido a la intensidad que recorre otro, se le denomina **INDUCTANCIA MUTUA**, y se denota con **M**.

$$\Phi_{21} = MI_1 .$$

Si

$$\Phi_{21} = MI_1 .$$

y

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_m}{dt} .$$

$$\mathcal{E}_2 = -M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

Un cambio en la corriente i_1 en la bobina 1 induce una fem en la bobina 2, que es directamente proporcional a la tasa de cambio de i_1

La unidad de inductancia mutua en el SI, se denomina **henrios (H)**.

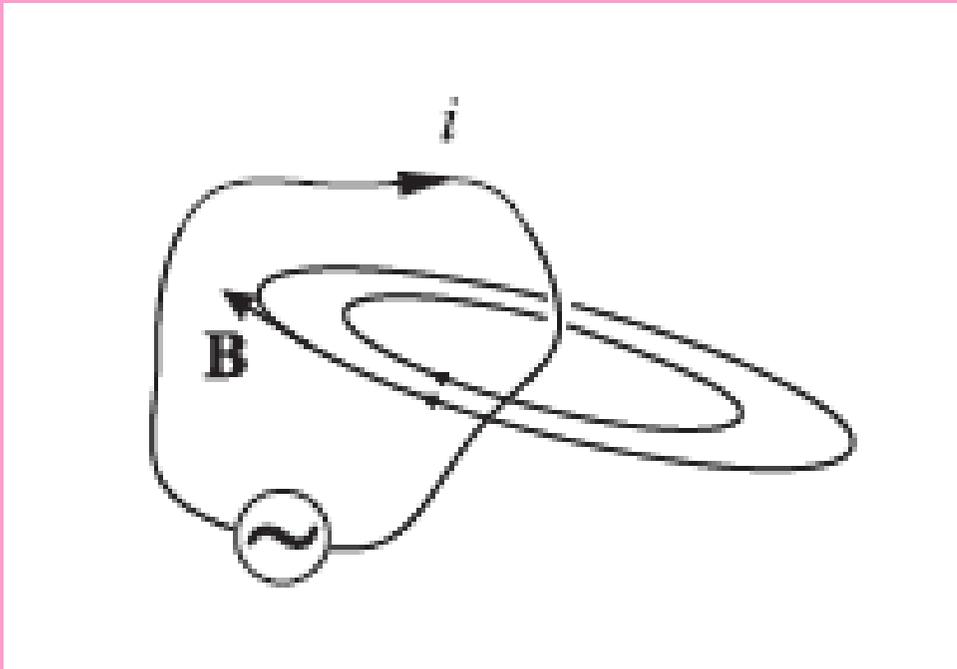
$$1 \text{ H} = 1 \frac{\text{T} \cdot \text{m}^2}{\text{A}} .$$

Análogamente, se demuestra que ...

$$\Phi_{12} = MI_2 .$$

Qué pasa con un solo circuito???

Qué sucede en un circuito por el que circula una corriente i dependiente del tiempo???



$$\Phi \propto i.$$

$$\Phi = Li.$$

AUTOFLUJO

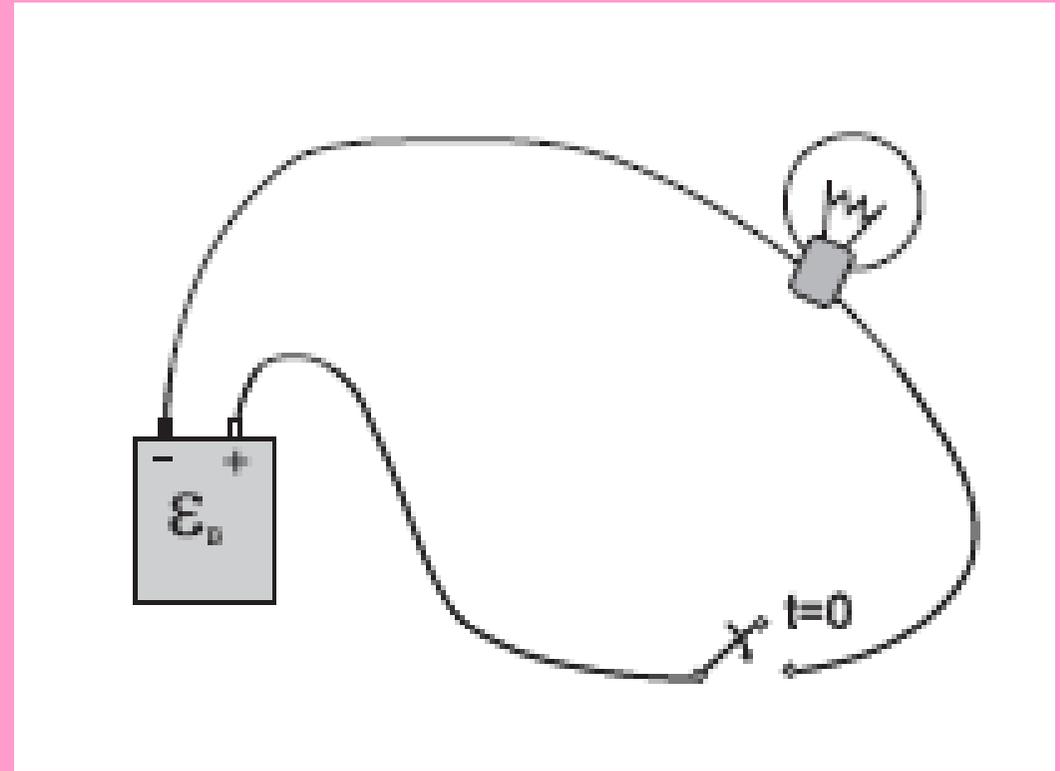
AUTOINDUCCION

Circuito RL

Aplicando ley de Kirchhoff para las tensiones...

Y considerando que existen dos **fuentes de fem**:

Una debida a la **batería**, y otra, **inducida**...



$$\mathcal{E}_B + \mathcal{E}_{\text{ind}} = Ri .$$

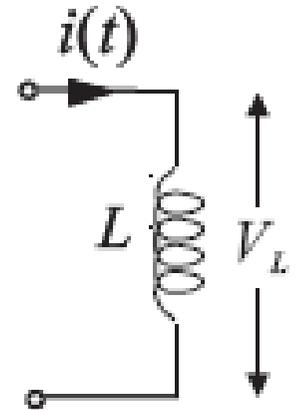
siendo

$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = -L \frac{di}{dt} ,$$

$$\mathcal{E}_B - L \frac{di}{dt} = Ri .$$

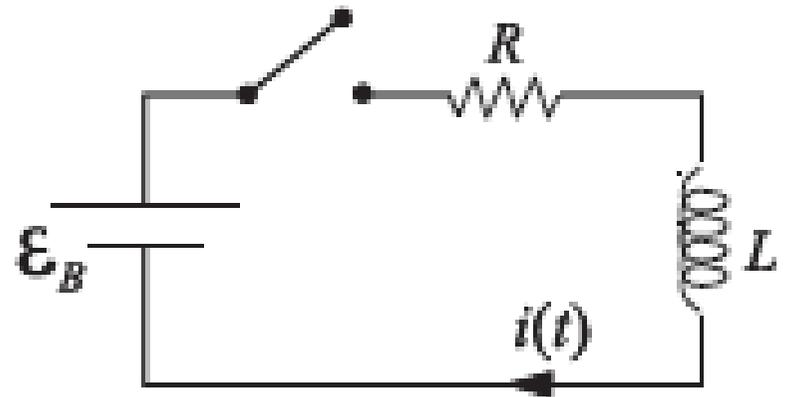
$$\begin{aligned}\mathcal{E}_B &= Ri + L \frac{di}{dt} \\ &= V_R + V_L.\end{aligned}$$

$$V_L = L \frac{di}{dt}.$$



El *efecto distribuido* de la fem inducida en el circuito puede modelarse, por tanto, como una caída de potencial en un elemento de circuito, denominado genéricamente **inductor**, caracterizado por la inductancia L

Elementos que aumentan los efectos de inducción electromagnética (Ej. bobinas, solenoides)

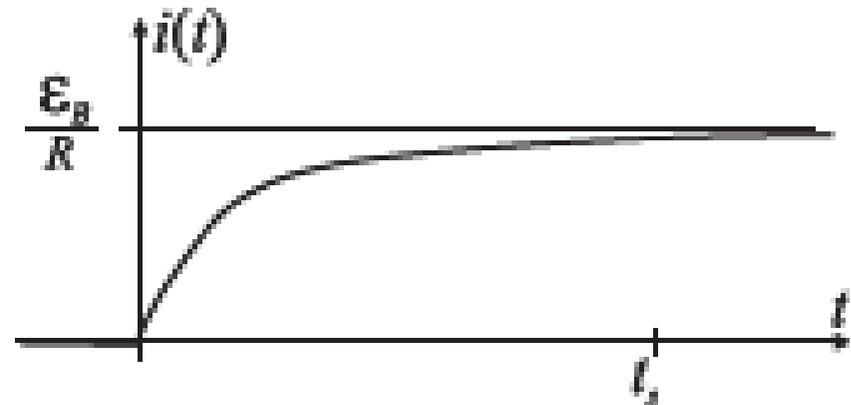
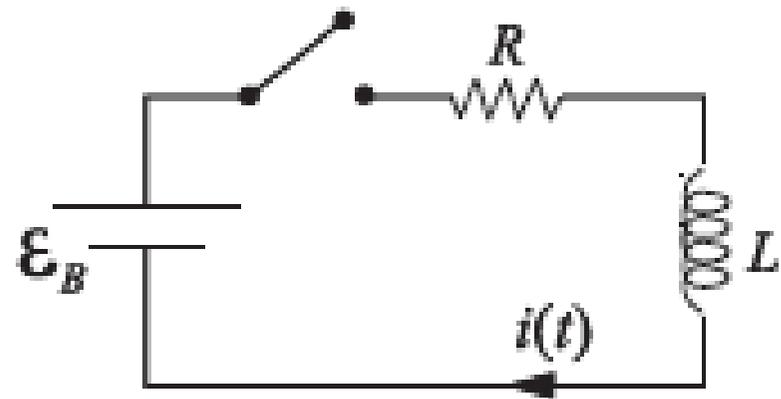


$$\mathcal{E}_B - L \frac{di}{dt} = Ri.$$

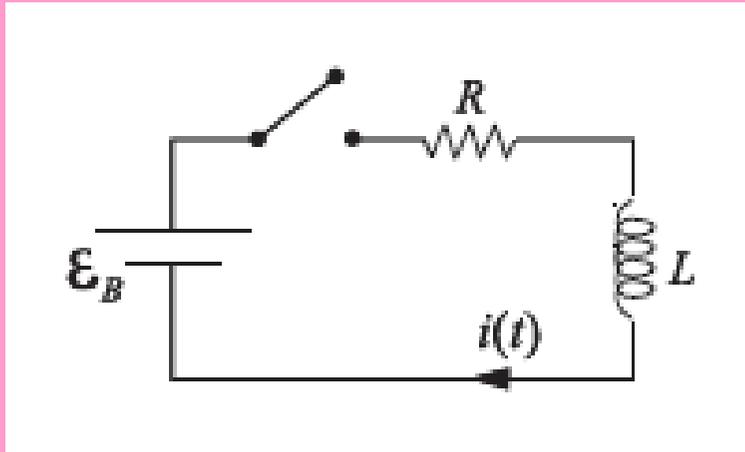
$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{\mathcal{E}_B}{L}.$$

$$i(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{\mathcal{E}_B}{R},$$

$$i(t) = \frac{\mathcal{E}_B}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right).$$

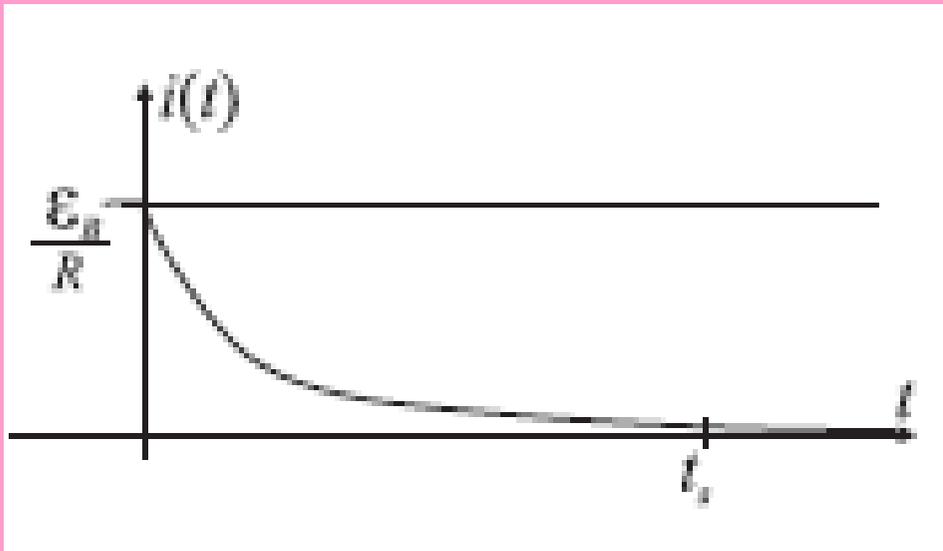


Si se abre el circuito.....



$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{\mathcal{E}_B}{L}$$

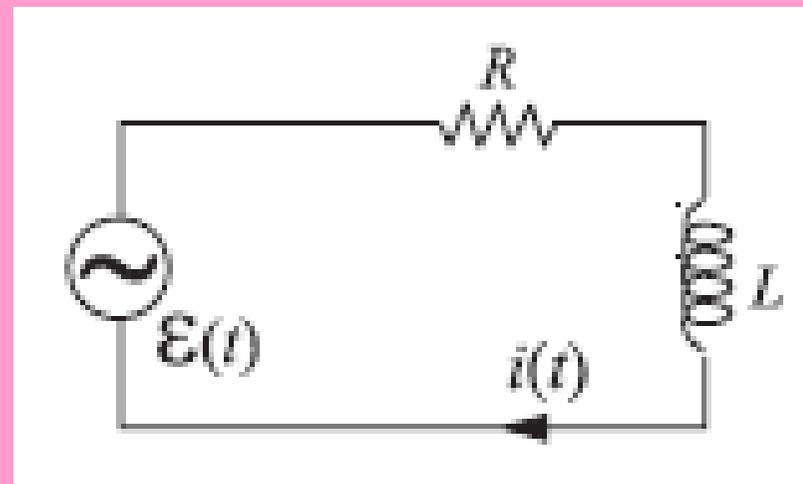
= 0



$$\begin{aligned} i(t) &= i(0)e^{-\frac{R}{L}t} \\ &= \frac{\mathcal{E}_B}{R}e^{-\frac{R}{L}t} \end{aligned}$$

Energía magnética

$$\mathcal{E} = Ri + L \frac{di}{dt}.$$



Multiplicando por i

$$\mathcal{E}i = Ri^2 + Li \frac{di}{dt}.$$

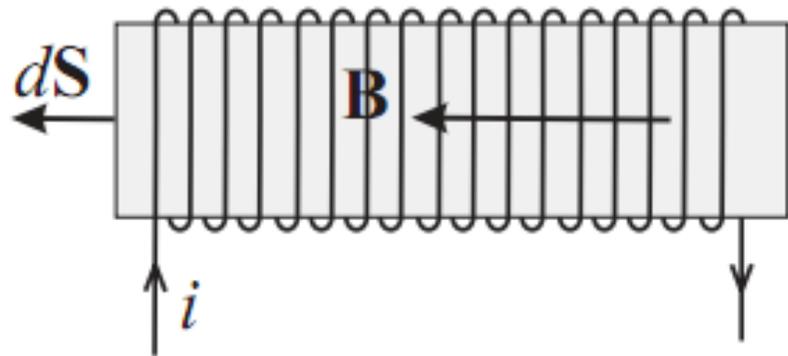
Energía por unidad de tiempo que se almacena en el campo magnético del inductor.

Si U_B es la energía almacenada en el inductor, entonces.....

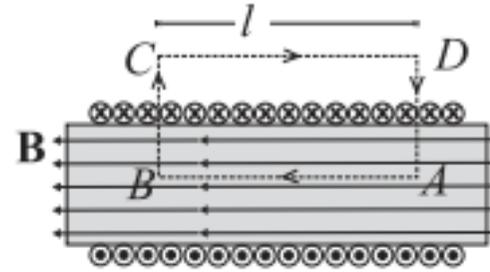
$$\frac{dU_B}{dt} = Li \frac{di}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Li^2 \right).$$

y

$$U_B = \frac{1}{2} Li^2.$$



Recordando.....



$$\oint_{\Gamma} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \int_{S(\Gamma)} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = \mu_0 I_{\Gamma} ,$$

$$\oint_{ABCD} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \int_{AB} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} ,$$

$$\int_{AB} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = BL ,$$

$$\int_{S(ABCD)} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = NI ,$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 n i \hat{\mathbf{u}} ,$$

con $n = N/l$

$$\Phi = N \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = N \int_S B dS = NB \int_S dS = \mu_0 \frac{N^2}{l} i S ,$$

De donde:

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} S = \mu_0 n^2 l S .$$

$$U_B = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 l S i^2 = \frac{1}{2 \mu_0} \mu_0^2 n^2 i^2 S l .$$

$$U_B = \frac{B^2}{2 \mu_0} \mathcal{V} ,$$

**Densidad volumétrica
de energía magnética**

$$u_B = \frac{B^2}{2 \mu_0}$$

La energía requerida para encender la bujía de un automóvil proviene de la energía del campo magnético almacenada en la bobina de encendido.

