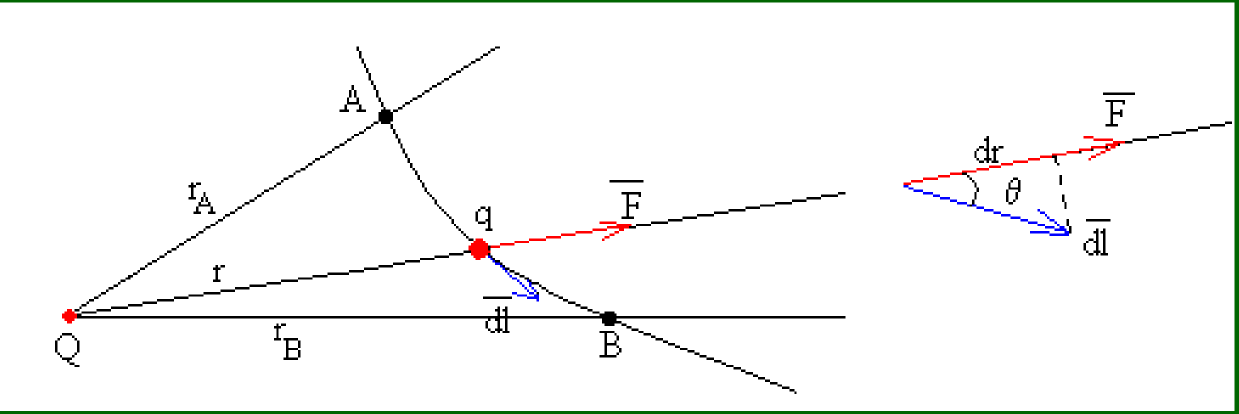
Facultad de Ciencias Exactas
UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CENTRO DE LA PROVINCIA DE BUENOS AIRES

ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO
2016

De la clase anterior......



Trabajo de $\mathbf{F_e}$ cuando q se mueve entre A y B

$$\int_A^B \mathbf{F}\cdot d\mathbf{l} = E_{pA} - E_{pB}$$

$$W = \int_A^B \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r^2}\,dr = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r}\bigg|_A^B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r_A} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r_B}$$

siendo

$$E_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r}$$

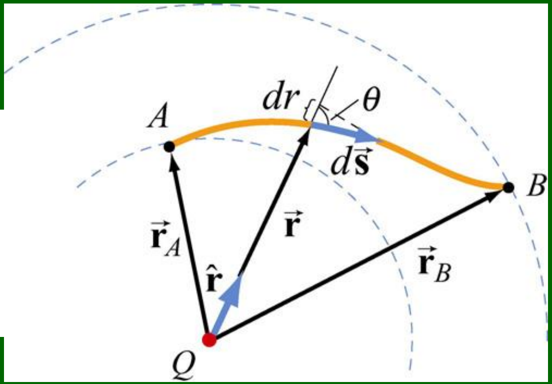
la ENERGIA POTENCIAL ELECTRICA

Se define como Diferencia de Potencial Eléctrico

$$\boxed{\Delta V = -\int_A^B (\vec{\mathbf{F}}_e / q_0) \cdot d\,\vec{\mathbf{s}} = -\int_A^B \vec{\mathbf{E}} \cdot d\,\vec{\mathbf{s}}}$$

Para cargas puntuales...

$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{\mathbf{r}} \cdot d\,\vec{\mathbf{s}} = -\int_A^B \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$$



Tomando el límite cuando $r_A \to \infty$

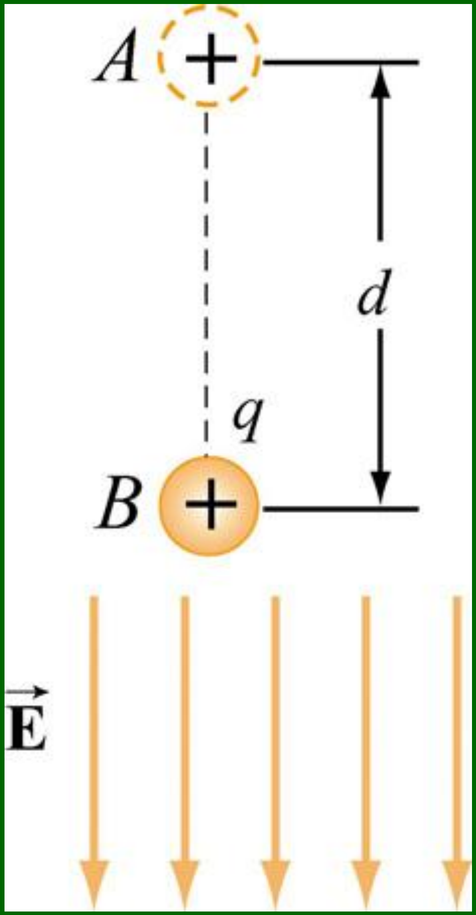
La elección de potencial igual a cero en el infinito es arbitraria, pero es lógica en este caso porque allí, tanto el campo eléctrico como la fuerza se aproximan a cero.

$$\boxed{V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}}$$

Potencial eléctrico de una carga Q a una distancia r

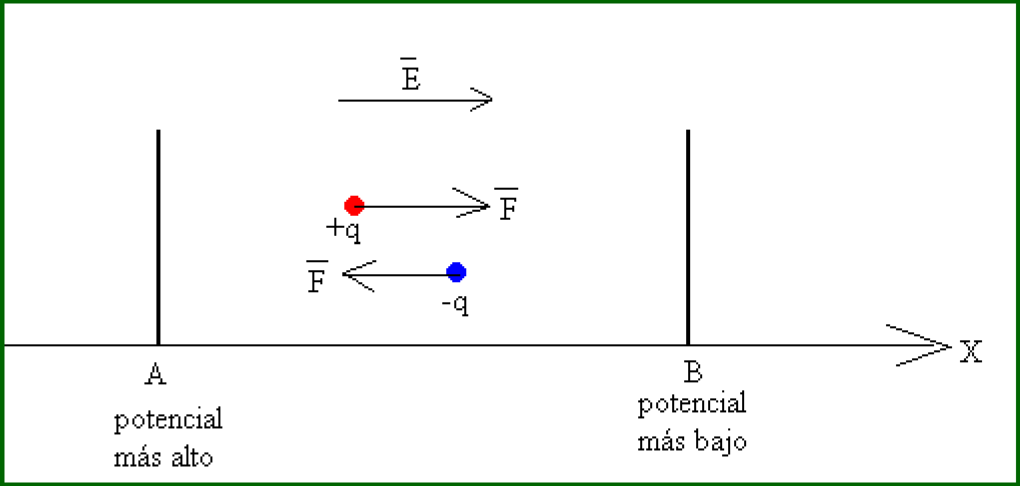
DIFERENCIA DE POTENCIAL ELECTRICO

EN UN CAMPO UNIFORME

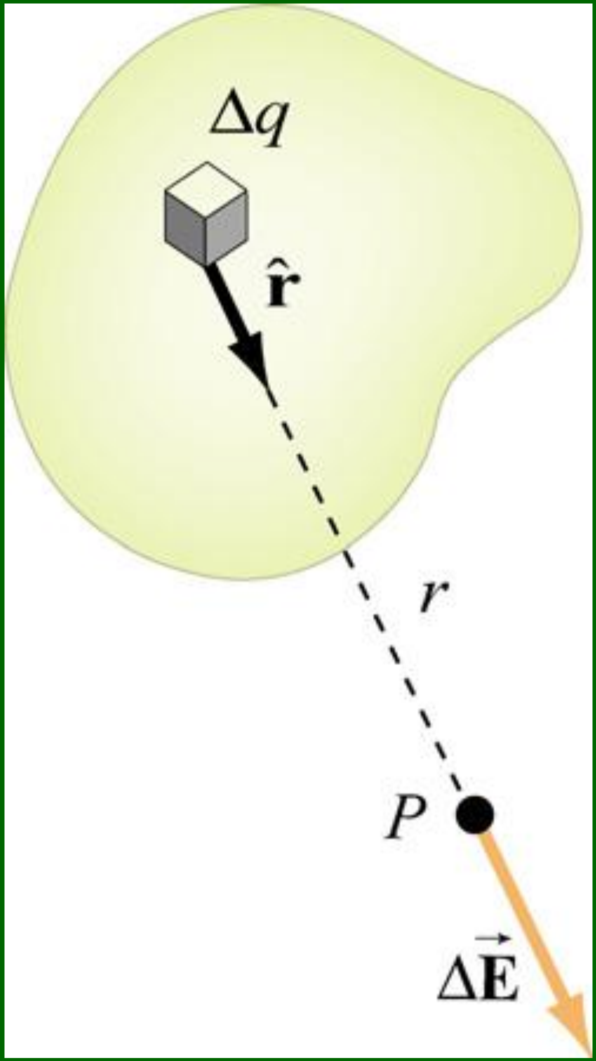


$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{\mathbf{E}} \cdot d\,\vec{\mathbf{s}} = -E_0 \int_A^B ds = -E_0 d < 0$$

Por lo tanto, $\mathbf{V_A > V_B}$



Para distribuciones continuas de carga



$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r}$$

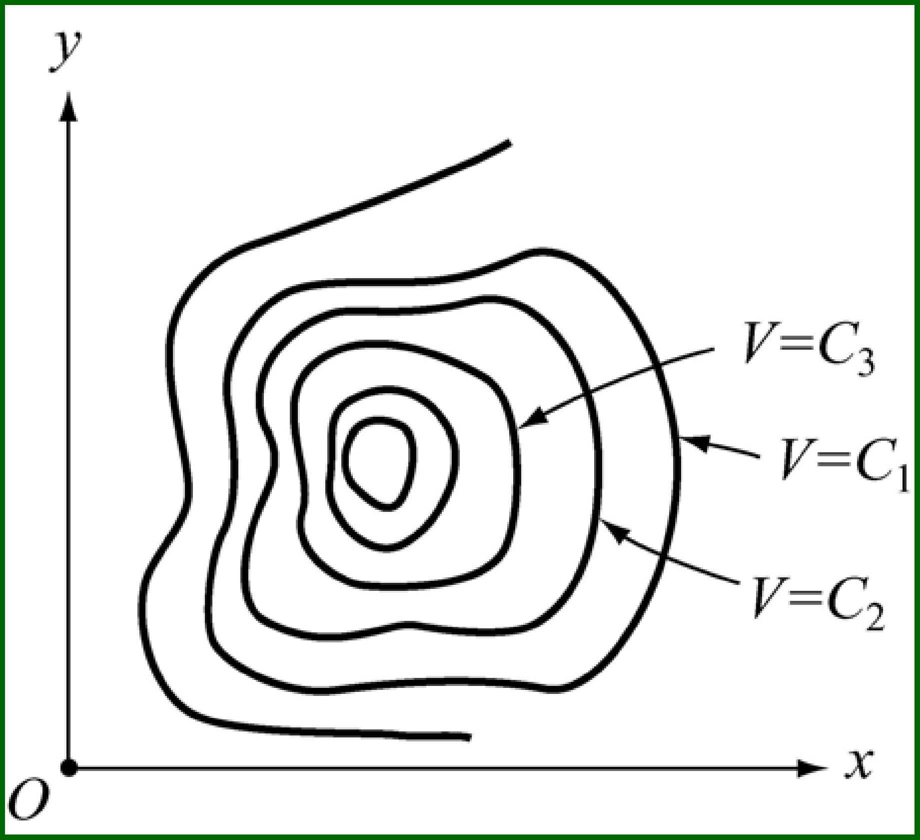
$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r}}$$

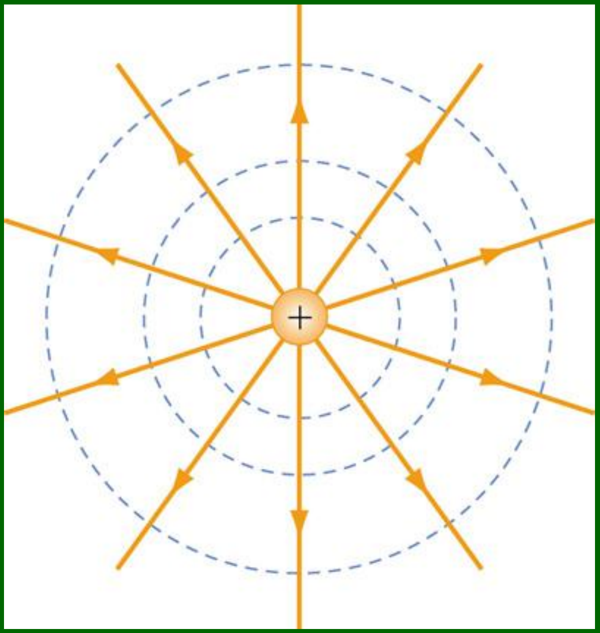
$$dq = \begin{cases} \lambda\, dl & \text{(length)} \\ \sigma\, dA & \text{(area)} \\ \rho\, dV & \text{(volume)} \end{cases}$$

O si conocemos E

$$\boxed{\Delta V = -\int_A^B \vec{\mathbf{E}}\cdot d\,\vec{\mathbf{s}}}$$

Superficies equipotenciales





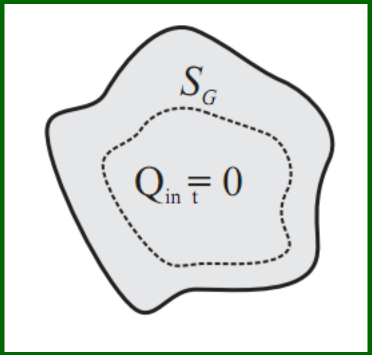
Líneas de campo eléctrico y superficies equipotenciales de una carga puntual positiva

E es perpendicular a la equipotencial

Conductores en un campo electrostático

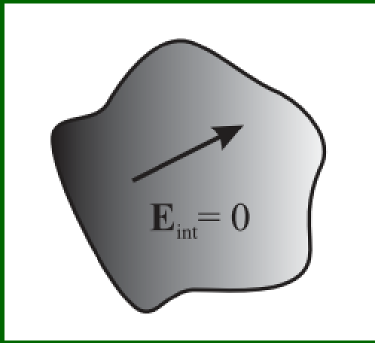
Campo de un conductor cargado en equilibrio electrostático

Se define equilibrio electrostático como aquella situación en la que todas las cargas están en reposo



1. La carga en exceso se localiza en la superficie del conductor.

2. El campo eléctrico es nulo en el interior del conductor



$$\int_A^B \mathbf{E}_{\rm int} \cdot d\boldsymbol{l} = V(A) - V(B) = 0 \;\Rightarrow\; V \equiv \mathrm{Cte}\,,$$

3. El campo eléctrico en la superficie es normal a ésta y de valor σ/ε_0 .

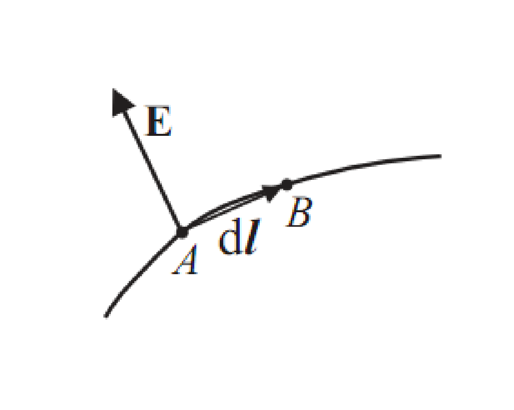
Demostración:

Superficie conductor es equipotencial, por lo tanto

$$dV = \lim_{A \to B} [V(A) - V(B)] = \lim_{A \to B} \Delta V = 0$$

$$dV = \nabla V \cdot d\mathbf{l}$$

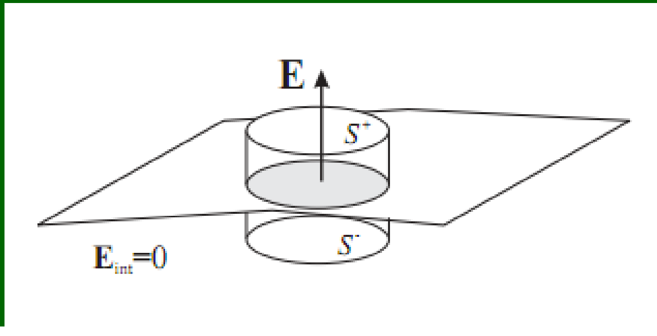
$$\nabla V \cdot d\mathbf{l} = 0 \,,$$



Aplicando la Ley de Gauss a una superficie en forma cilíndrica que atraviese la superficie

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$$

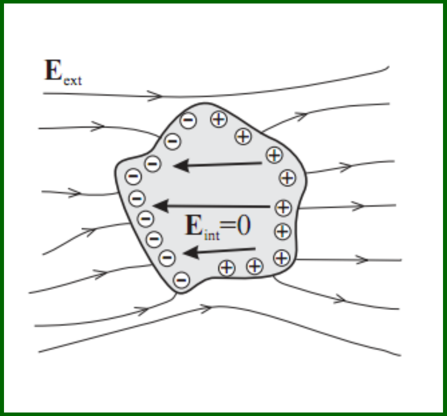
$$E \Delta S = \frac{\sigma \Delta S}{\varepsilon_0} \,,$$



De donde:

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \hat{\mathbf{n}} \,.$$

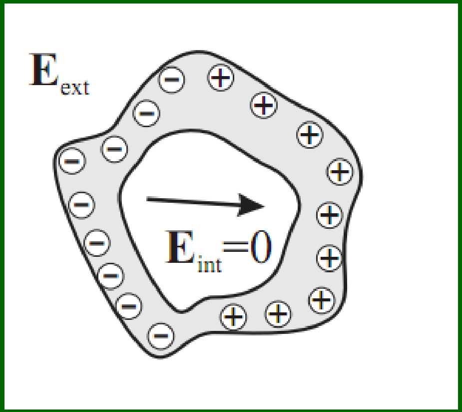
Conductor neutro en un campo eléctrico externo



Ocurre un proceso de redistribución de carga fruto del equilibrio electrostático

Este proceso ocurre típicamente en un tiempo del orden de 10^{-14} s para un conductor de cobre

Una situación similar ocurre si conductor tiene un hueco en el interior......



En un conductor con un hueco, el interior está completamente aislado del exterior y, en consecuencia, los campos del exterior no afectarían a un dispositivo sensible al campo eléctrico (por ejemplo, circuitos electrónicos) situado en el interior del conductor.

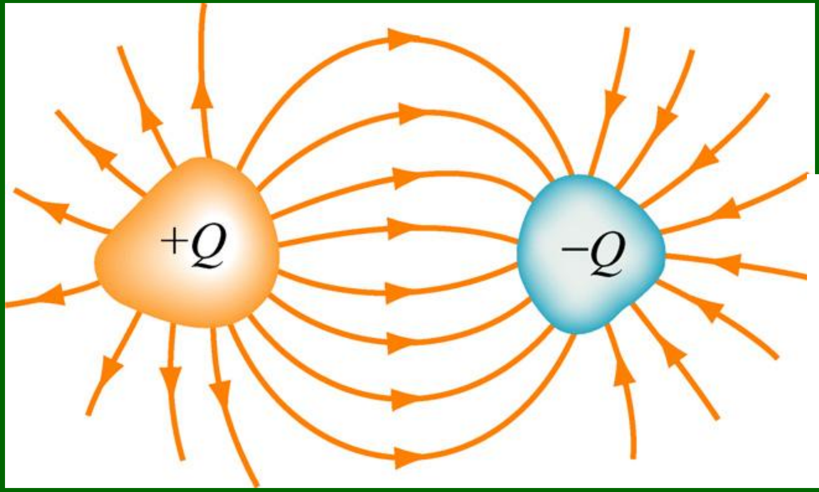
Este fenómeno se usa para diseñar **Jaulas de Faraday** que aíslen los sistemas eléctricos.

Una simple carcasa metálica (o un plástico conductor) aisla, por ejemplo, los sistemas electrónicos del interior de una computadora con respecto a posibles influencias eléctricas externas.

Capacidad de un conductor

$$C = \frac{Q}{V}\,.$$

Condensadores



Dispositivo formado por dos conductores cuyas cargas son iguales pero de signo opuesto.

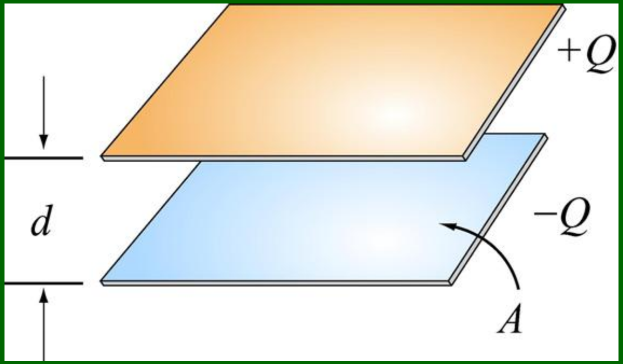
$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

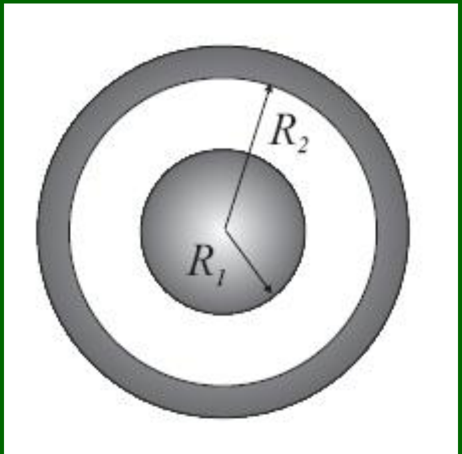
La capacidad *C* de un condensador se define como el cociente entre la carga *Q* y la diferencia de potencia ΔV existente entre ellos.

La unidad de capacidad es el farad o faradio F,
Se suelen emplear submúltiplos
microfaradio μF=10^{-6}F, y el picofaradio, pF=10^{-12} F.

Capacidad de un condensador de placas paralelas

$$C = \frac{Q}{V_{ab}} = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$



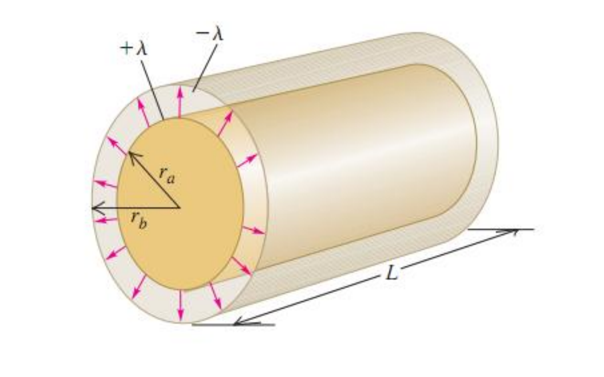


Capacidad de un condensador esférico

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}\ .$$

Capacidad de un condensador cilíndrico

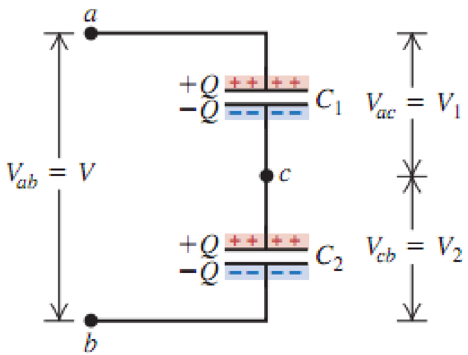
$$C = \frac{Q}{V_{ab}} = \frac{\lambda L}{\dfrac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln\dfrac{r_b}{r_a}} = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln\left(r_b/r_a\right)}$$



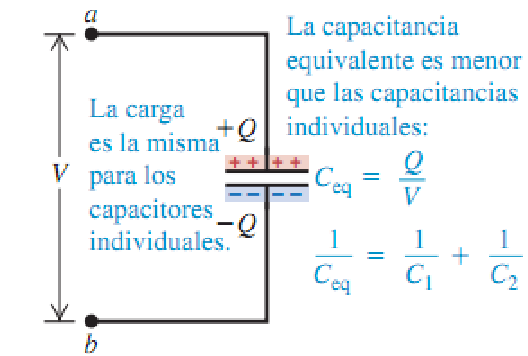
Condensadores en circuitos eléctricos

Capacitores en SERIE

- Los capacitores tienen la misma carga Q.
- Sus diferencias de potencial se suman: $V_{ac} + V_{cb} = V_{ab}$.



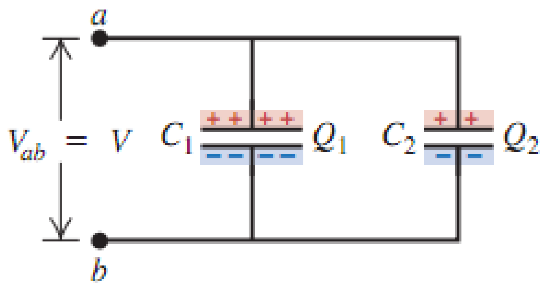
b) El capacitor equivalente único



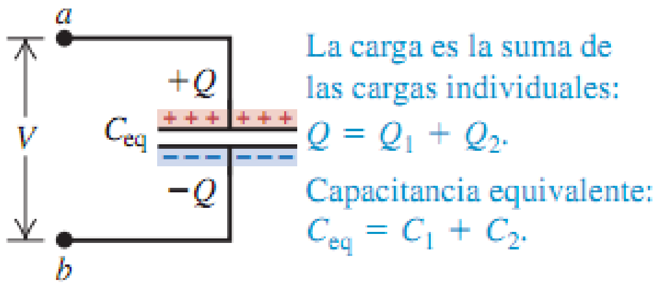
$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Capacitores en PARALELO

- Los capacitores tienen el mismo potencial V.
- La carga en cada capacitor depende de su capacitancia: $Q_1 = C_1V$, $Q_2 = C_2V$.

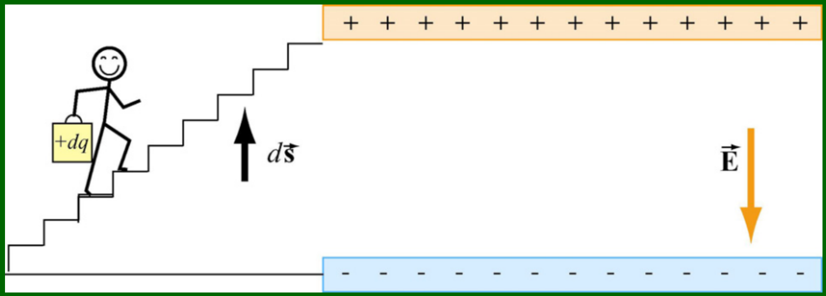


b) El capacitor equivalente único



$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

Energía en un condensador

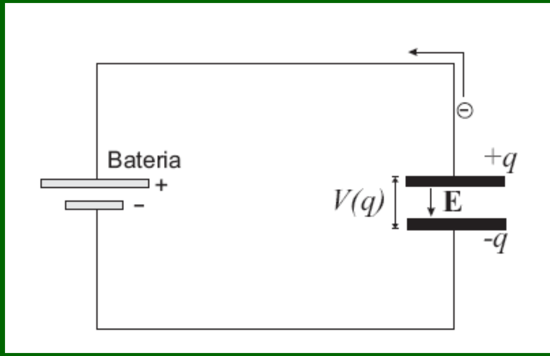


Cuando se carga un condensador de realiza trabajo

$$dW = V(q)dq = \frac{qdq}{C} .$$

$$W = \Delta U = \int_0^Q \frac{q}{C}dq = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} .$$

$$U_E = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV .$$



Para condensador de placas paralelas

$$V = Ed \quad \text{y} \quad C = \varepsilon_0\frac{S}{d} ,$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} U_E &= \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0\frac{S}{d}E^2d^2 \\ &= \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 Sd = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \mathcal{V} . \end{aligned}$$

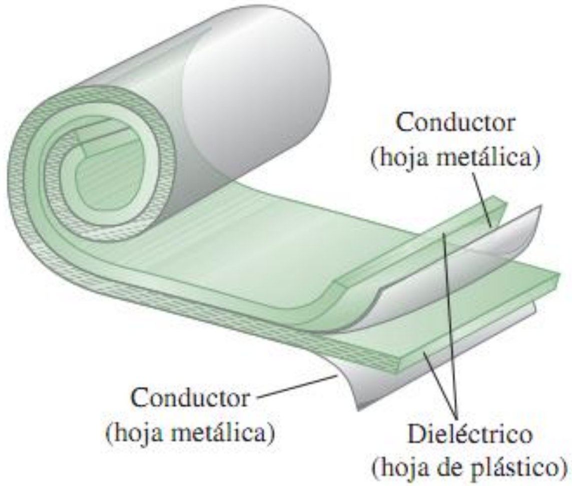
densidad de energía eléctrica en vacío
(energía por unidad de volumen)

$$u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$$

Dieléctricos

La mayoría de los capacitores tienen un material no conductor o dieléctrico entre sus placas conductoras.

Un tipo común de capacitor utiliza láminas dieléctricas para separar los conductores.



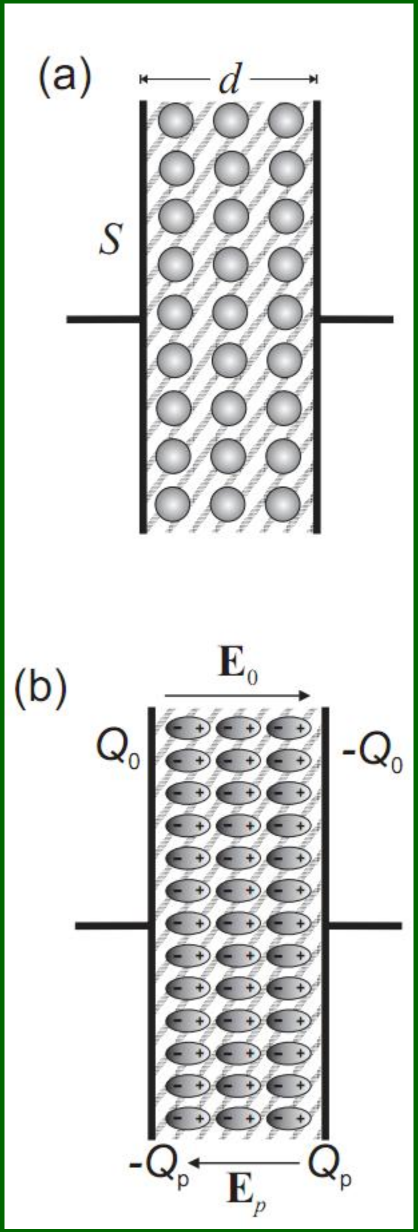
La colocación de un dieléctrico sólido entre las placas de un capacitor tiene tres funciones:

1. Resuelve el problema mecánico de mantener dos hojas metálicas grandes con una separación muy pequeña sin que hagan contacto.

2. Un dieléctrico incrementa al máximo posible la diferencia de potencial entre las placas del capacitor.

3. La capacitancia de un capacitor de dimensiones dadas es mayor cuando entre sus placas hay un material dieléctrico en vez de vacío.

En a) observemos el condensador plano con dieléctrico descargado



Si ahora este condensador es cargado con una carga Q_0, entonces aparecerá un cierto campo E_0 entre las placas del condensador.
Este campo eléctrico provocará la polarización de los átomos del material dieléctrico dando lugar a una situación microscópica tal como se muestra en la figura b)

Queda así una carga descompensada de valor Q_p justamente en los extremos del material adyacentes a las placas del condensador.

La carga Q_p origina un campo eléctrico E_p que al superponerse al campo original E_0 da lugar a un nuevo campo E, cuyo modulo puede expresarse como

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon_r} ,$$

donde εr es una constante adimensional positiva mayor que la unidad que dependerá del material y que denominaremos **permitividad relativa o constante dieléctrica K del material.**

Si la capacidad del condensador de placas paralelas en vacío venía dada por

$$C_0 = \frac{Q_0}{V_0} = \varepsilon_0 \frac{S}{d} ,$$

al introducir el material dieléctrico se reduce el valor del campo entre las placas del condensador y, en consecuencia, también se reducirá la diferencia de potencial entre las mismas,

$$V = Ed = \frac{V_0}{\varepsilon_r} .$$

Así la capacidad del condensador con dieléctrico es

$$C = \frac{Q_0}{V} = \frac{Q_0}{V_0/\varepsilon_r} = \varepsilon_r C_0 = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d} ,$$

Mayor que C_0 pues ε_r es mayor que 1

Globalmente, el efecto de introducir el material dieléctrico homogéneo e isótropo ha quedado reflejado en la sustitución de ε_0 por $\varepsilon_0.\varepsilon_r$

De esta forma, la capacidad de un condensador de placas paralelas

$$C = \varepsilon \frac{S}{d} ,$$

siendo $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r ,$ la permitividad dieléctrica del material.

Permitividad relativa de algunos materiales

Material	Permitividad relativa
Vacío	1
Aire	1.00059
Agua (20^0C)	80
Papel	3.7
Porcelana	7
Vidrio	5.6
Neopreno	6.9
Poliestireno	2.55

Ruptura dieléctrica

Cuando un material dieléctrico se somete a un campo eléctrico suficientemente intenso, tiene lugar **la ruptura del dieléctrico** y entonces el dieléctrico se convierte en conductor

Esto ocurre cuando el campo eléctrico es tan intenso que arranca los electrones de sus moléculas y los lanza sobre otras moléculas, con lo cual se liberan aún más electrones. Esta avalancha de carga en movimiento, que forma una chispa o descarga de arco, suele iniciarse de forma repentina.

La magnitud máxima de campo eléctrico a que puede someterse un material sin que ocurra la ruptura se denomina **rigidez dieléctrica**. Esta cantidad se ve afectada de manera significativa por la temperatura, las impurezas, las pequeñas irregularidades en los electrodos metálicos y otros factores que son difíciles de controlar.

Ley de Gauss en un dieléctrico

La ley de Gauss en un dieléctrico tiene casi la misma forma que en el vacío, con dos diferencias clave:

1. **Se sustituye E por K.E y**
2. **Q_{enc} se sustituye por $Q_{enc\text{-}libre}$, que incluye solo la carga libre (no la carga ligada) encerrada por la superficie gaussiana.**

$$\oint K\vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{enc-libre}}}{\epsilon_0}$$

Se desarrollará en próximas clases