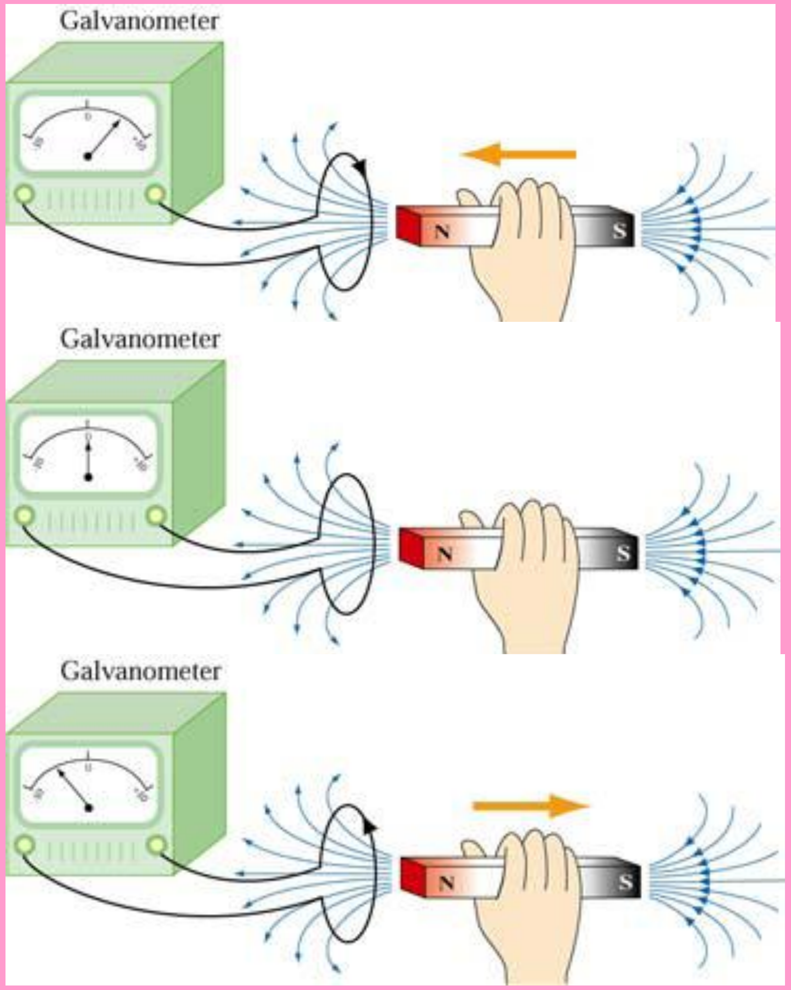
Facultad de Ciencias Exactas
UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CENTRO DE LA PROVINCIA DE BUENOS AIRES

ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO
2016

Inducción Electromagnética

Durante la década de 1830 Michael Faraday en Inglaterra y Joseph Henry (1797- 1878) en Estados Unidos



Corriente inducida

Ley de Faraday

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt},$$

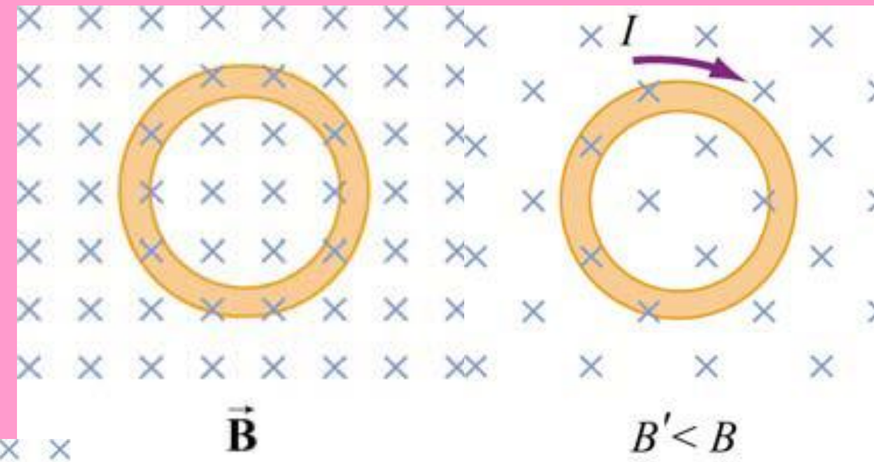
La fuerza electromotriz E inducida en un circuito viene dada por la variación temporal del flujo magnético, Φ, que atraviesa dicho circuito.

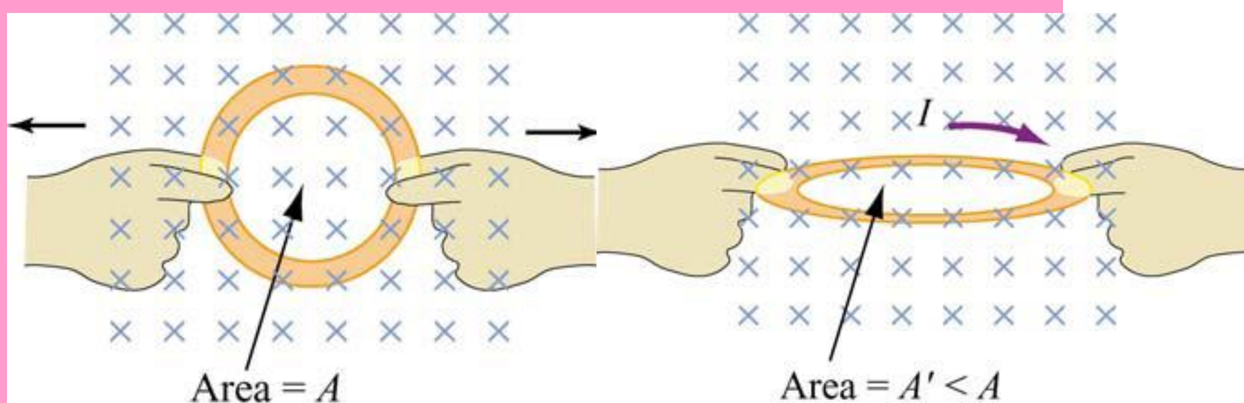
$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

siendo

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int B \, dA \cos\phi$$

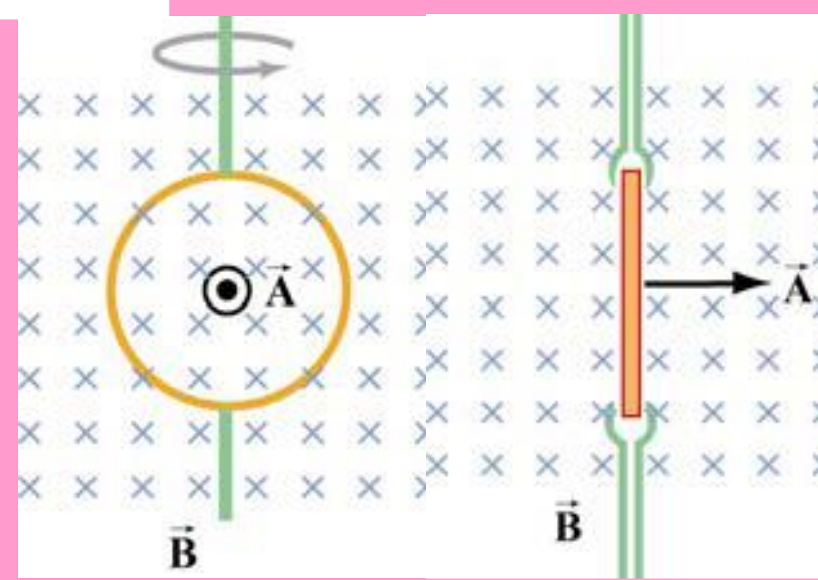
Inducción por variación de intensidad de B





Inducción por variación de área

Inducción por variación de ángulo entre B y A



Dirección de la fem inducida

Ley de Lenz

H. F. E. Lenz (1804-1865) fue un científico ruso que reprodujo de forma independiente muchos de los descubrimientos de Faraday y Henry.

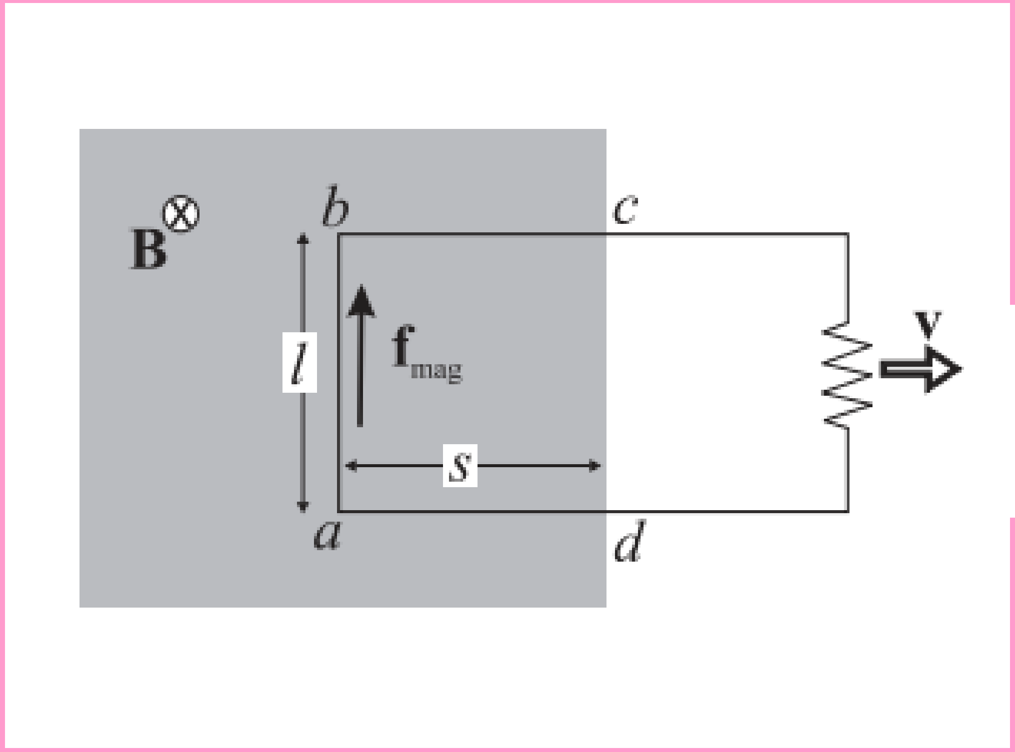
La ley de Lenz establece lo siguiente:

La dirección de cualquier efecto de la inducción magnética es la que se opone a la causa del efecto.

FUERZA ELECTROMOTRIZ DE MOVIMIENTO

$$\mathscr{E} = -\frac{d\Phi_m}{dt} .$$

$$\Phi_m = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$



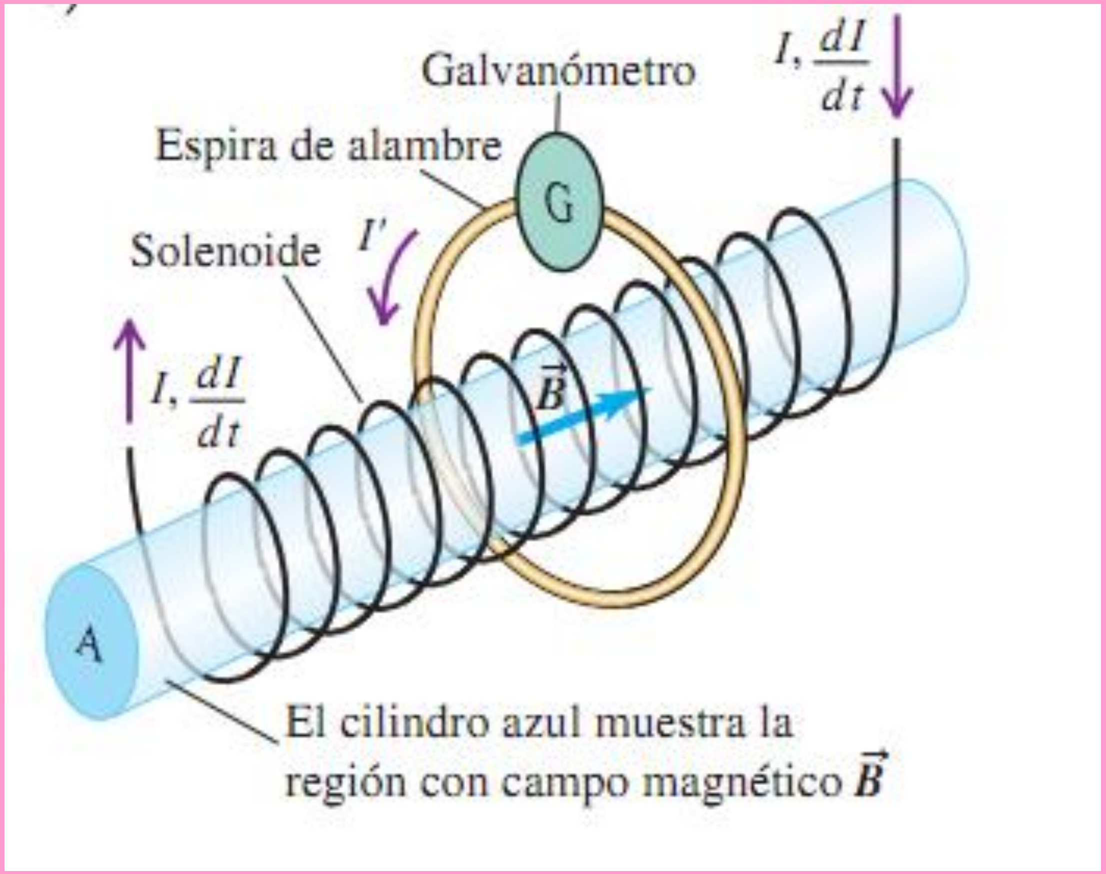
$$\Phi_m = \int_S B dS = B \int_S dS = BS = Bls ,$$

$$v = -ds/dt$$

$$\frac{d\Phi_m}{dt} = \frac{d}{dt} Bls = -Blv ,$$

Recordar

$$\mathbf{B}(P) = \begin{cases} \mu_0 n I \hat{\mathbf{u}} & \text{en el interior} \\ 0 & \text{en el exterior} \end{cases}$$



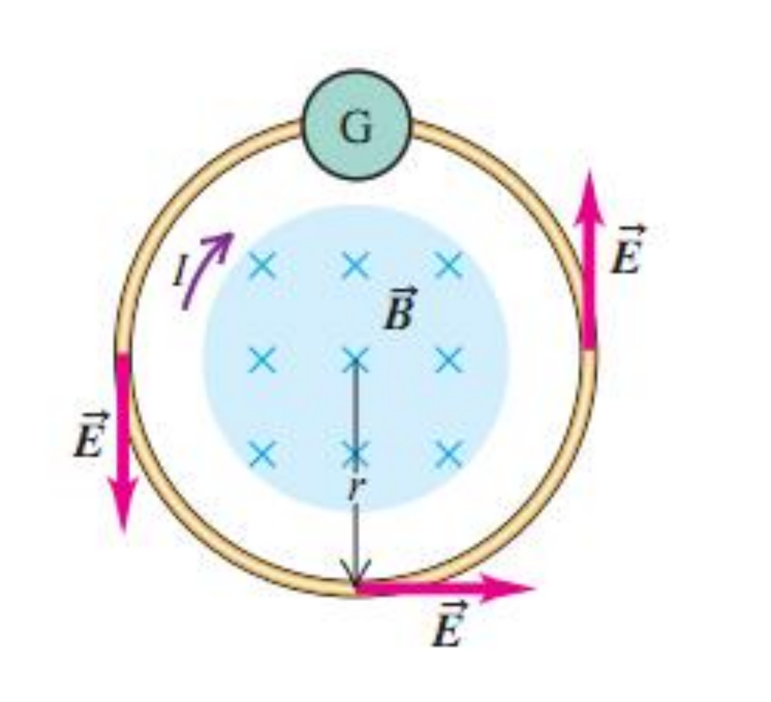
$$\Phi_B = BA = \mu_0 n I A$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\mu_0 n A \frac{dI}{dt}$$

¿qué fuerza hace que las cargas se muevan alrededor de la espira?

Campo eléctrico inducido

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \mathcal{E}$$



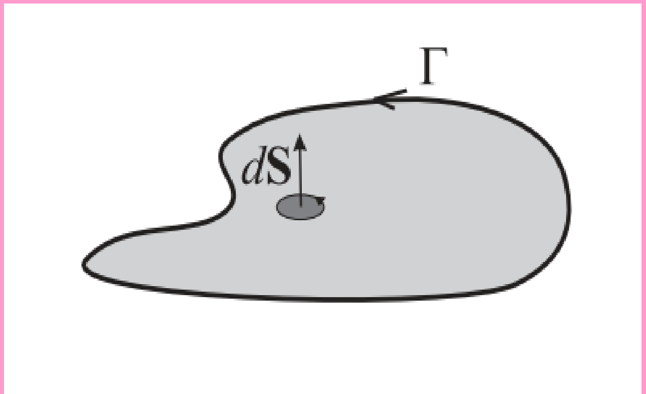
Es no conservativo

Es campo no electrostático

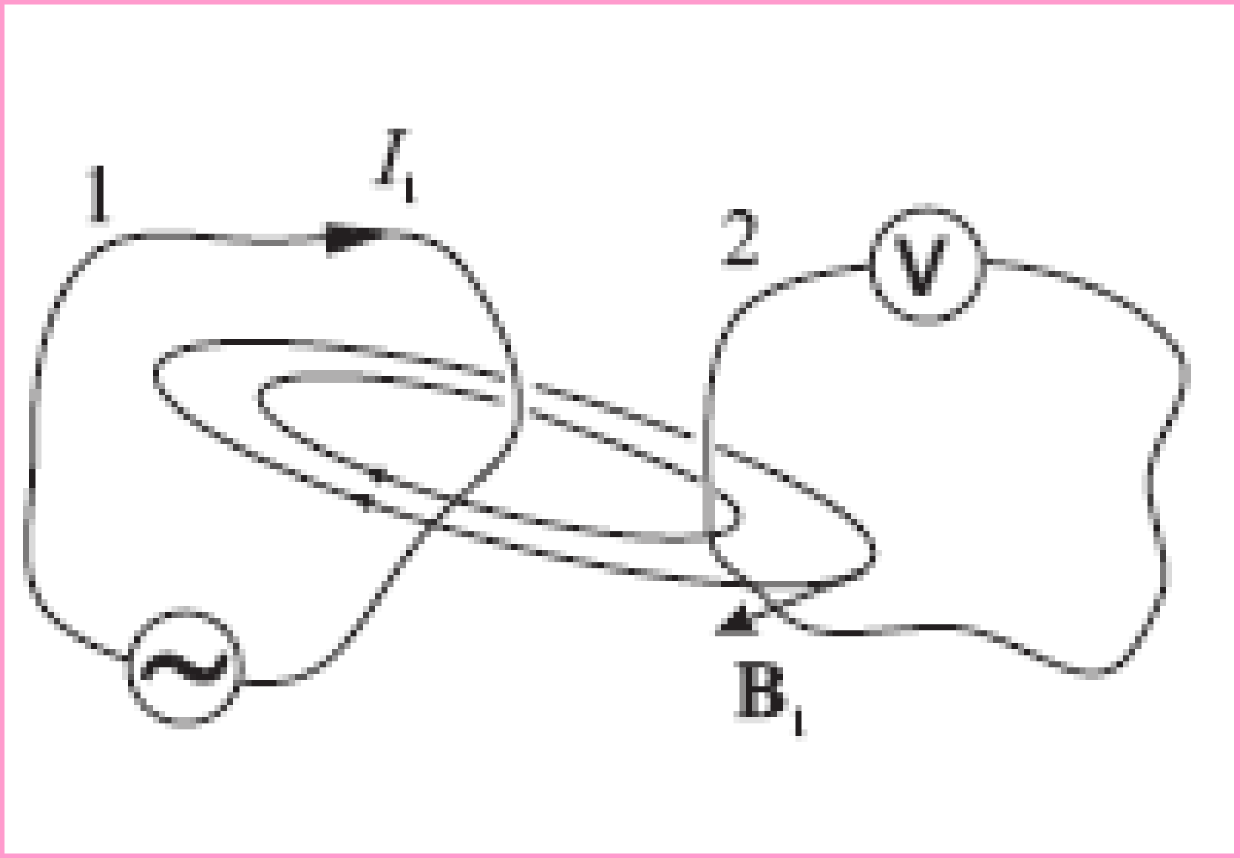
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Ley de Faraday

$$\oint_{\Gamma} \mathbf{E} \cdot d\boldsymbol{l} = -\frac{d}{dt} \int_{S(\Gamma)} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \, ,$$



Si en 1 circula I variable, qué sucede en 2?????



$$\Phi_{21} = \int_{S_2} \mathbf{B}_1 \cdot d\mathbf{S} \,,$$

$$\mathrm{B}(P) = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{\text{espira}} \frac{I\,d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3} \,,$$

$$\mathbf{B}_1(P) = I_1 \boldsymbol{\beta}_1(P) \,,$$

$$\Phi_{21} = I_1 \int_{S_2} \boldsymbol{\beta}_1 \cdot d\mathbf{S} \,.$$

$$\Phi_{21} \propto I_1 \,,$$

Al factor de proporcionalidad entre el flujo magnético en un circuito debido a la intensidad que recorre otro, se le denomina INDUCTANCIA MUTUA, y se denota con M.

$$\Phi_{21} = M I_1 \,.$$

Si $\Phi_{21} = MI_1$. y $\mathscr{E} = -\frac{d\Phi_m}{dt}$.

$$\mathcal{E}_2 = -M_{21}\frac{di_1}{dt}$$

Un cambio en la corriente i_1 en la bobina 1 induce una fem en la bobina 2, que es directamente proporcional a la tasa de cambio de i_1

La unidad de inductancia mutua en el SI, se denomina **henrios (H)**.

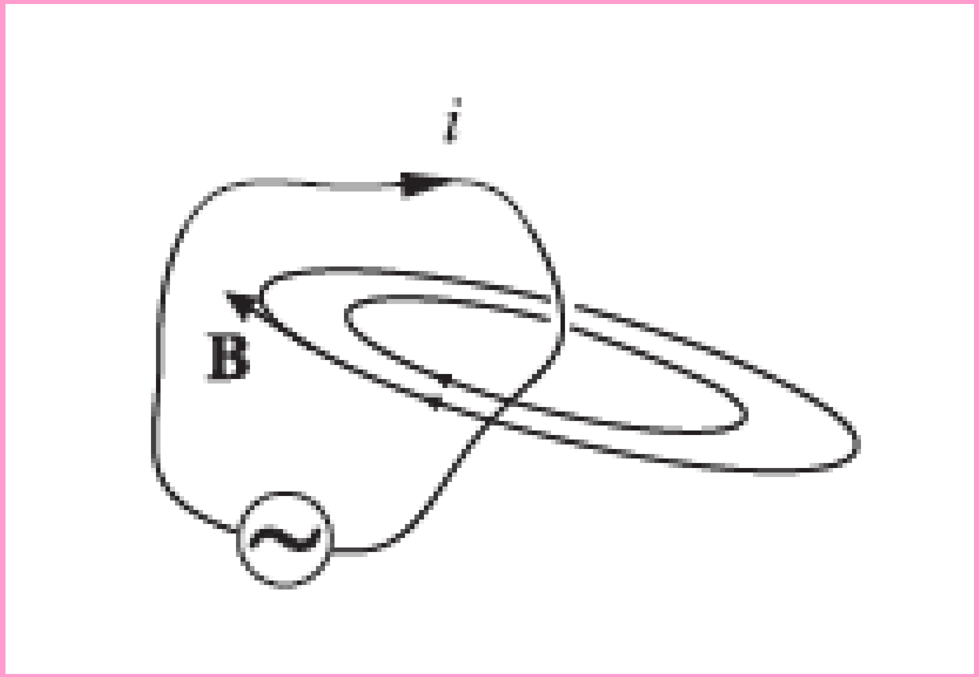
$$1\,\mathrm{H} = 1\,\frac{\mathrm{T\cdot m^2}}{\mathrm{A}} .$$

Análogamente, se demuestra que ...

$$\Phi_{12} = MI_2 .$$

Qué pasa con un solo circuito???

Qué sucede en un circuito por el que circula una corriente i dependiente del tiempo????



$$\Phi \propto i\,.$$

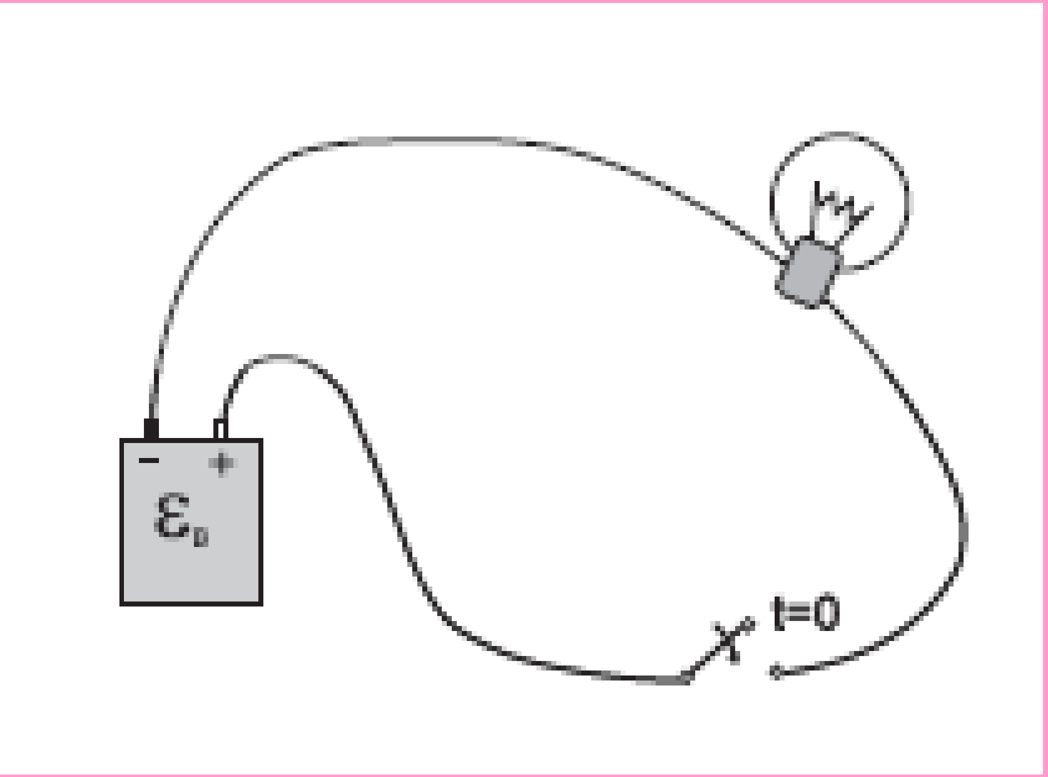
$$\Phi = Li\,.$$

AUTOFLUJO

AUTOINDUCCION

Circuito RL

Aplicando ley de Kirchhoff para las tensiones...



Y considerando que existen dos fuentes de flujo:
Una debida a la batería, y otra, inducida...

$$\mathcal{E}_B + \mathcal{E}_{\text{ind}} = Ri\,.$$

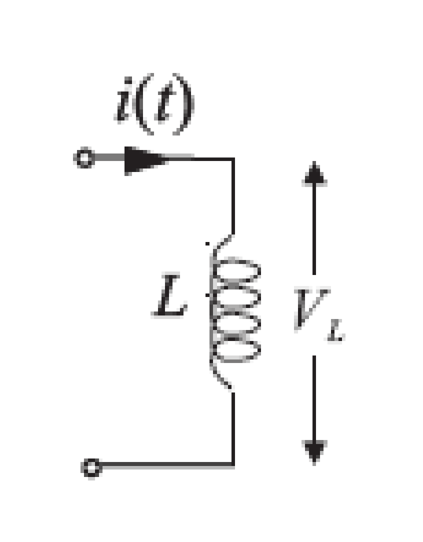
siendo

$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = -L\frac{di}{dt}\,,$$

$$\mathcal{E}_B - L\frac{di}{dt} = Ri\,.$$

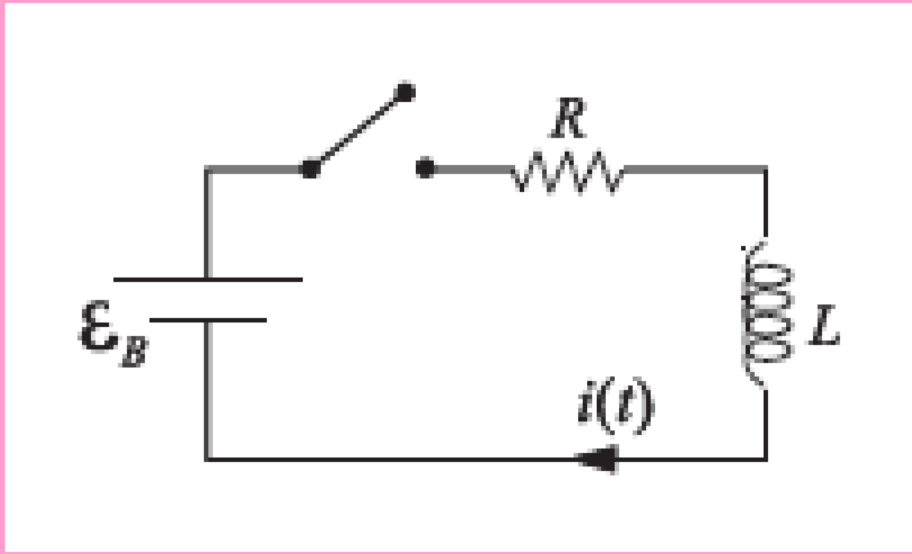
$$\mathcal{E}_B = Ri + L\frac{di}{dt} = V_R + V_L\,.$$

$$V_L = L\frac{di}{dt}\,.$$



El *efecto distribuido* de la fem inducida en el circuito puede modelarse, por tanto, como una caída de potencial en un elemento de circuito, denominado genéricamente **inductor**, caracterizado por la inductancia L

Elementos que aumentan los efectos de inducción electromagnética (Ej. bobinas, solenoides)

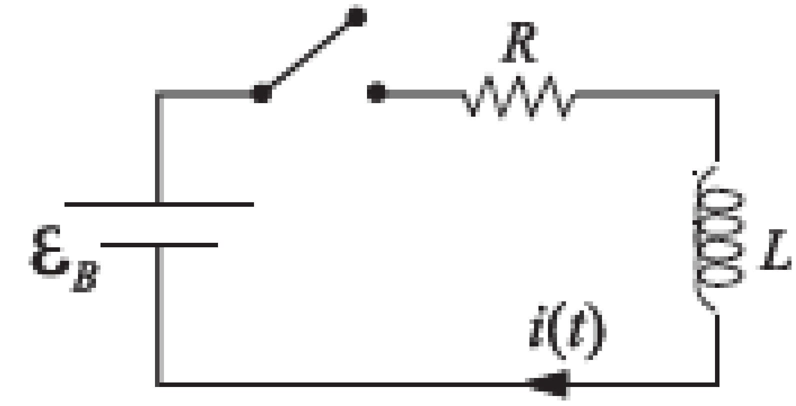


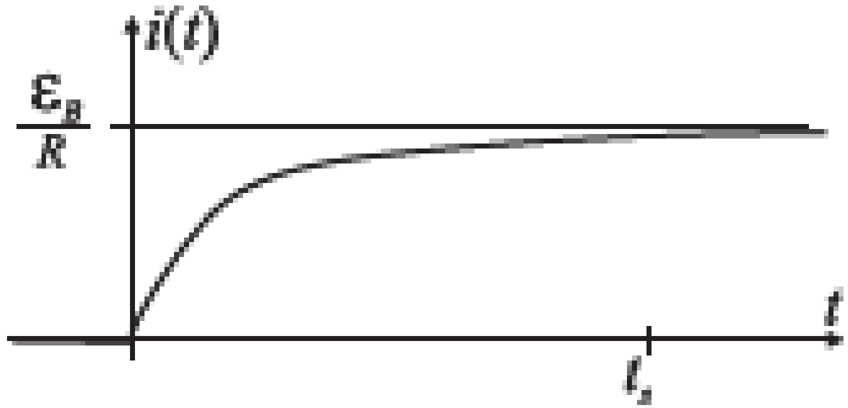
$$\mathscr{E}_B - L\frac{di}{dt} = Ri .$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{\mathscr{E}_B}{L} .$$

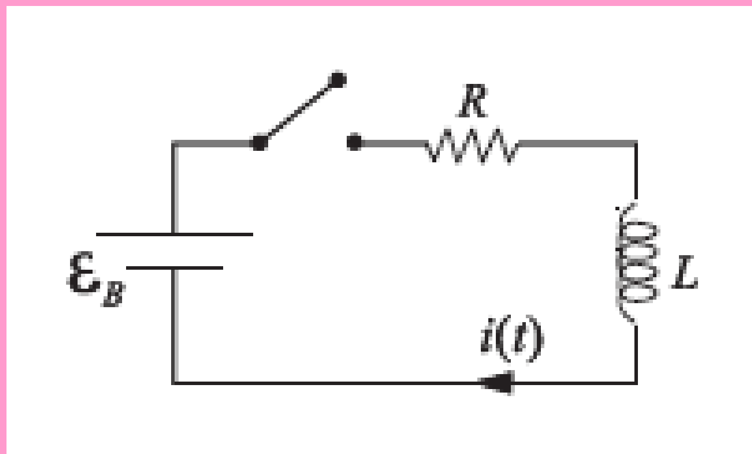
$$i(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{\mathscr{E}_B}{R} ,$$

$$i(t) = \frac{\mathscr{E}_B}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) .$$

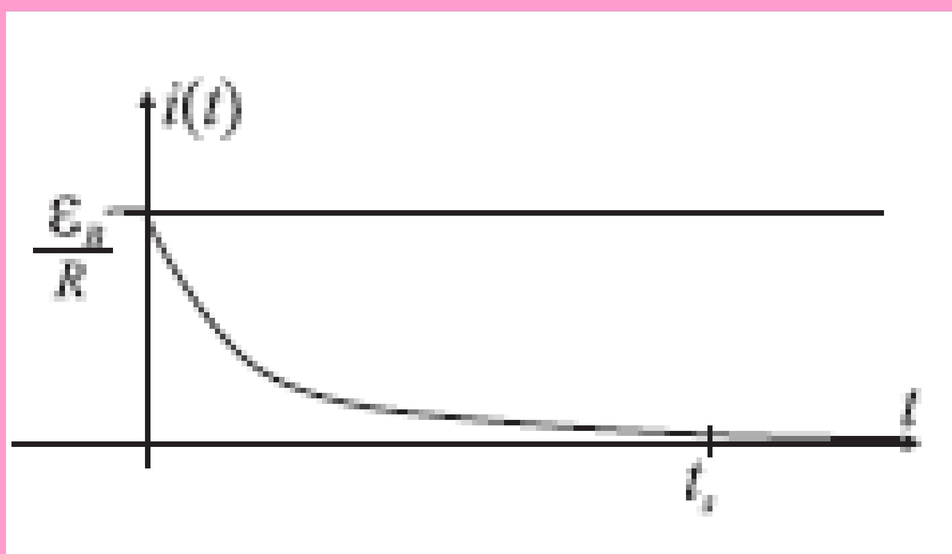




Si se abre el circuito........

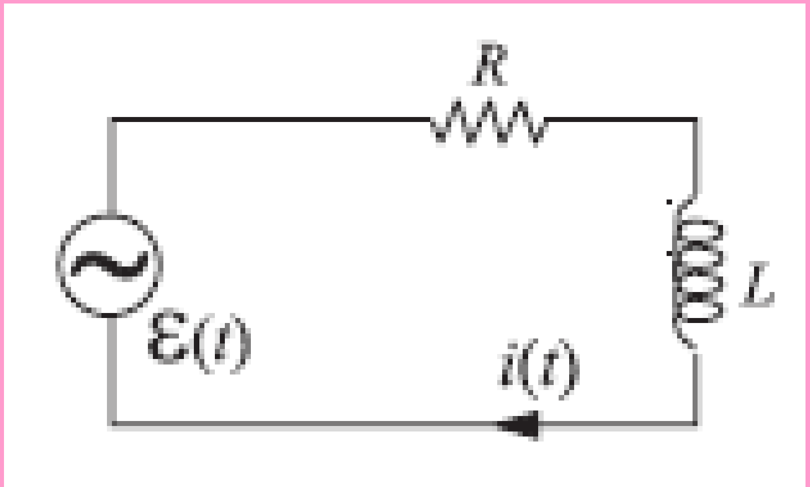


$$\frac{di}{dt}+\frac{R}{L}i=\underbrace{\frac{\mathscr{E}_B}{L}}_{=0}.$$



$$\begin{aligned} i(t) &= i(0)e^{-\frac{R}{L}t} \\ &= \frac{\mathscr{E}_B}{R}e^{-\frac{R}{L}t}. \end{aligned}$$

Energía magnética



$$\mathscr{E} = Ri + L\frac{di}{dt}.$$

Multiplicando por i

$$\mathscr{E}i = Ri^2 + Li\frac{di}{dt}.$$

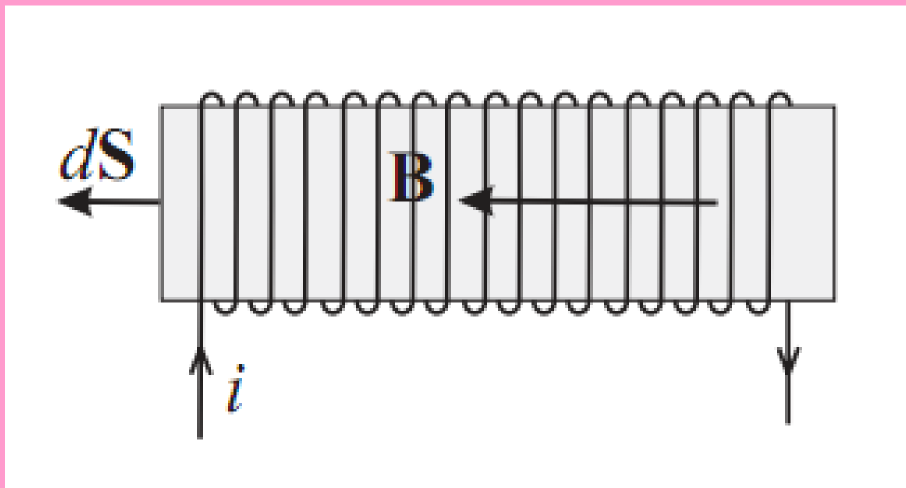
Energía por unidad de tiempo que se almacena en el campo magnético del inductor.

Si U_B es la energía almacenada en el inductor, entonces.....

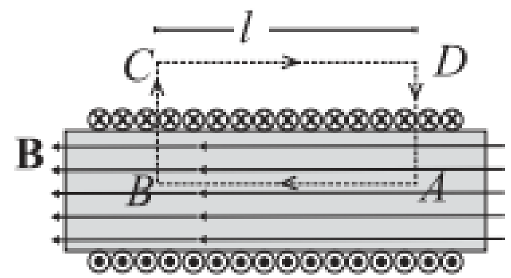
$$\frac{dU_B}{dt} = Li\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Li^2\right).$$

y

$$U_B = \frac{1}{2}Li^2.$$



Recordando.....



$$\oint_{ABCD} \mathbf{B}\cdot d\mathbf{l} = \int_{AB} \mathbf{B}\cdot d\mathbf{l}\,,$$

$$\int_{AB} \mathbf{B}\cdot d\mathbf{l} = BL\,,$$

$$\int_{S(ABCD)} \mathbf{J}\cdot d\mathbf{S} = NI\,,$$

$$\oint_{\Gamma} \mathbf{B}\cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \int_{S(\Gamma)} \mathbf{J}\cdot d\mathbf{S} = \mu_0 I_\Gamma\,,$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 n\, i\, \hat{\mathbf{u}}\,,$$

con $n = N/l$

$$\Phi = N\int_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{S} = N\int_S B\,dS = NB\int_S dS = \mu_0 \frac{N^2}{l} iS\,,$$

De donde:

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} S = \mu_0 n^2 l S\,.$$

$$U_B = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 l S i^2 = \frac{1}{2\mu_0}\mu_0^2 n^2 i^2 S l \ .$$

$$U_B = \frac{B^2}{2\mu_0}\mathcal{V} \ ,$$

Densidad volumétrica de energía magnética

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$