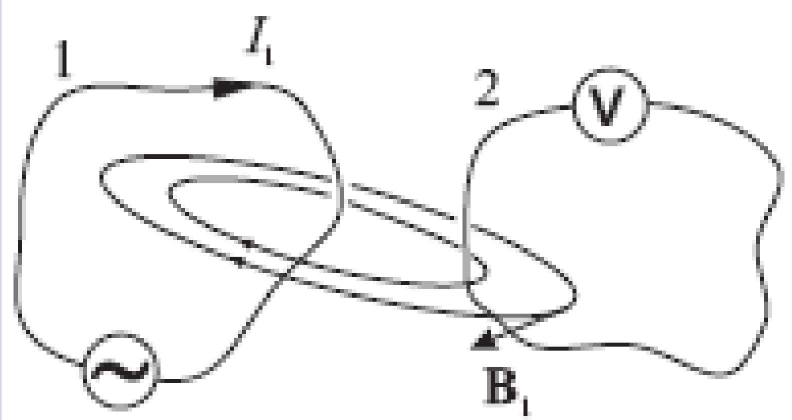
Inducción mutua

Si calculamos el flujo magnético, Φ_{21}, que atraviesa la superficie del circuito 2 (véase la figura adjunta), debido al campo magnético, $\mathbf{B}_1$, generado por la corriente, I_1, que circula a través del circuito 1, encontraríamos que

$$\Phi_{21} \propto I_1 ,$$

esto es, el flujo magnético es proporcional a la intensidad. Este hecho puede explicarse fácilmente si se considera que según la ley de Biot y Savart, el campo magnético $\mathbf{B}$ generado por una corriente I en el punto P viene dado por



$$\mathbf{B}(P) = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{\text{espira}} \frac{I d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3} ,$$

lo que implica que $\mathbf{B}_1$ puede escribirse como

$$\mathbf{B}_1(P) = I_1 \boldsymbol{\beta}_1(P) ,$$

donde $\boldsymbol{\beta}_1(P)$ es una función que depende de la posición y de la forma geométrica del circuito 1. El flujo magnético Φ_{21} se obtiene como

$$\Phi_{21} = \int_{S_2} \mathbf{B}_1 \cdot d\mathbf{S} ,$$

donde al sustituir la forma de $\mathbf{B}_1$ dada por (4.27), se tiene que

$$\Phi_{21} = I_1 \int_{S_2} \boldsymbol{\beta}_1 \cdot d\mathbf{S} .$$

Al factor de proporcionalidad entre el flujo magnético en un circuito debido a la intensidad que recorre otro, se le denomina **INDUCTANCIA MUTUA**, y se denota con M.

$$\Phi_{21} = MI_1 .$$

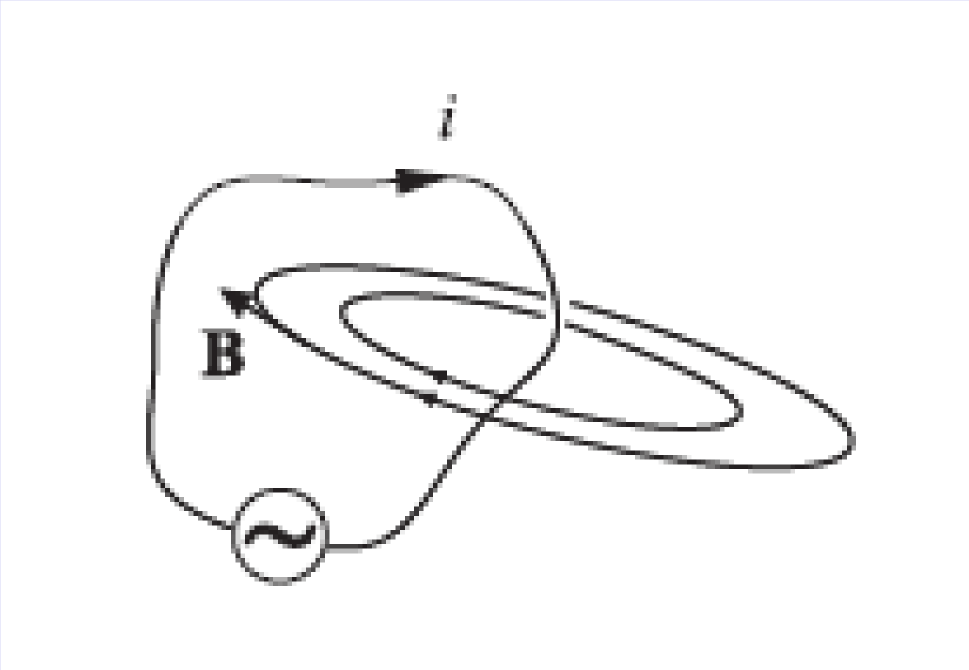
La unidad de inductancia mutua en el SI, se denomina henrios (H).

$$1\,\mathrm{H} = 1\,\frac{\mathrm{T}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{A}} .$$

Análogamente....

$$\Phi_{12} = MI_2 .$$

Autoinducción



$$\Phi \propto i\,.$$

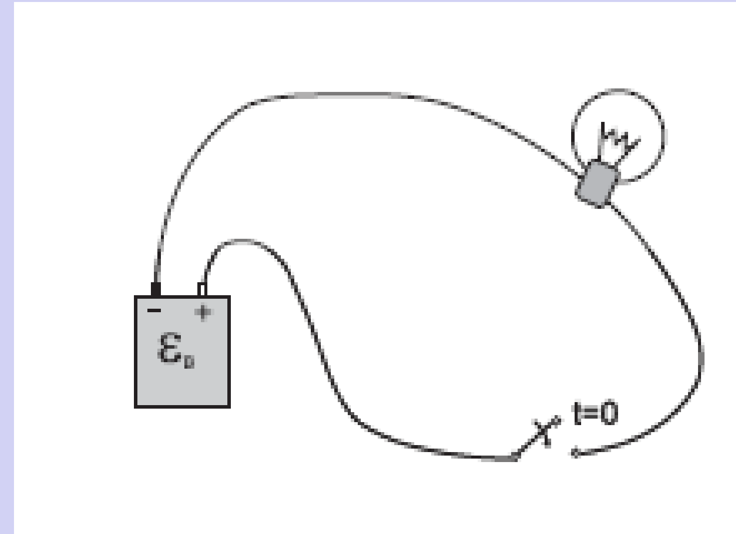
$$\boxed{\Phi = Li\,.}$$

AUTOFLUJO

AUTOINDUCCION

Circuito RL

Aplicando ley de Kirchhoff para las tensiones...



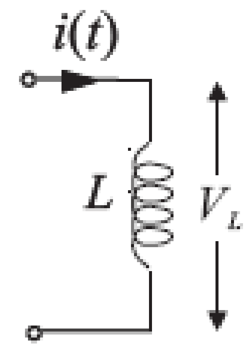
Y considerando que existen dos fuentes de flujo:
Una debida a la batería, y otra, inducida...

$$\mathcal{E}_B + \mathcal{E}_{\text{ind}} = Ri \,.$$

$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = -L\frac{di}{dt} \,,$$

$$\mathcal{E}_B - L\frac{di}{dt} = Ri \,.$$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{E}_B &= Ri + L\frac{di}{dt} \\
&= V_R + V_L \,.
\end{aligned}
$$

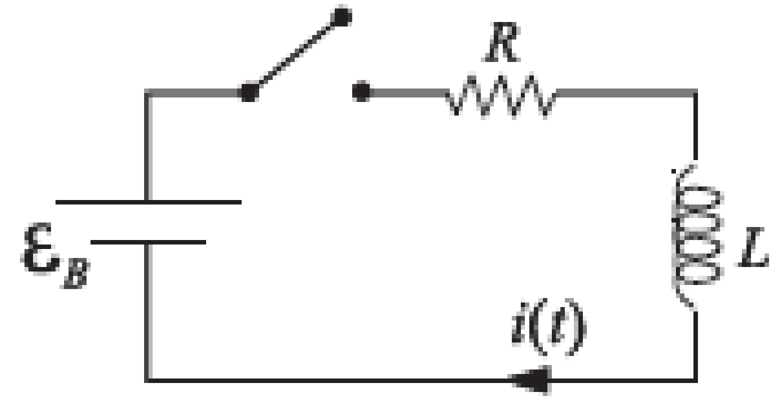


Escrito en esta forma, la Teoría de Circuitos interpreta que la fem generada por la batería es igual a la caída de tensión en la resistencia, $V_R = Ri$, más una caída de tensión, V_L, debida a la autoinducción L. El *efecto distribuido* de la fem inducida en el circuito puede modelarse, por tanto, como una caída de potencial en un elemento de circuito, denominado genéricamente **inductor**, caracterizado por la inductancia L

$$V_L = L\frac{di}{dt}\,.$$

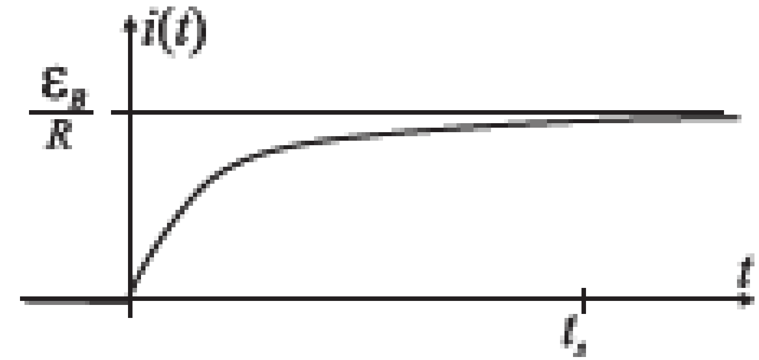
De este modo, los efectos de inducción electromagnética relacionados con el campo magnético variable se supone que están localizados en los inductores. Estos inductores son comúnmente elementos puestos a propósito en los circuitos para aumentar los efectos de inducción electromagnética, por ejemplo, **solenoides** o **bobinas**. Dado el alto valor del campo magnético en el interior de los solenoides y la posibilidad de miniaturizarlos, estos elementos son parte fundamental de los circuitos eléctricos y electrónicos.

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{\mathscr{E}_B}{L} \; .$$



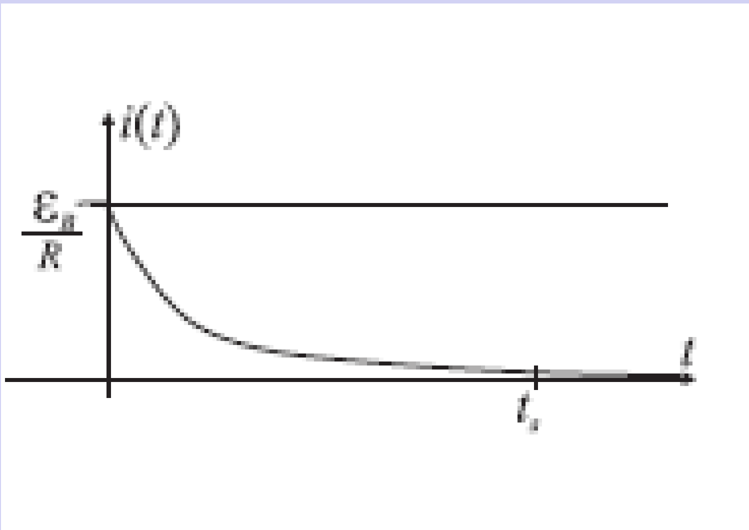
$$i(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{\mathscr{E}_B}{R} \; ,$$

$$i(t) = \frac{\mathscr{E}_B}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) \; .$$



Si se abre el circuito........

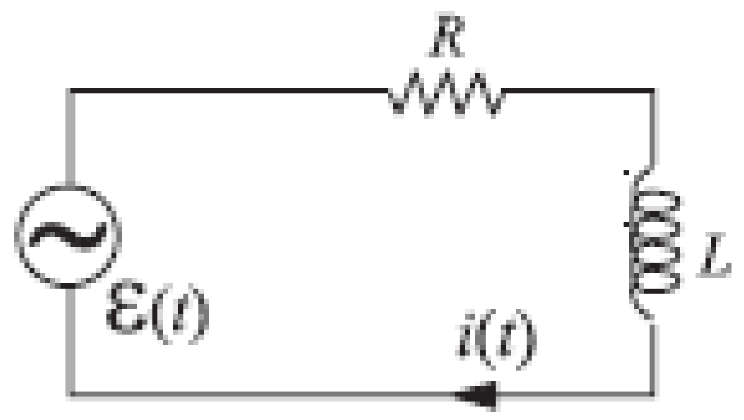
$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \underbrace{\cancel{\frac{\mathcal{E}_B}{L}}}_{=0} .$$



$$\begin{aligned} i(t) &= i(0) e^{-\frac{R}{L}t} \\ &= \frac{\mathcal{E}_B}{R} e^{-\frac{R}{L}t} . \end{aligned}$$

Energía magnética

$$\mathscr{E} = Ri + L\frac{di}{dt}.$$



Multiplicando por i

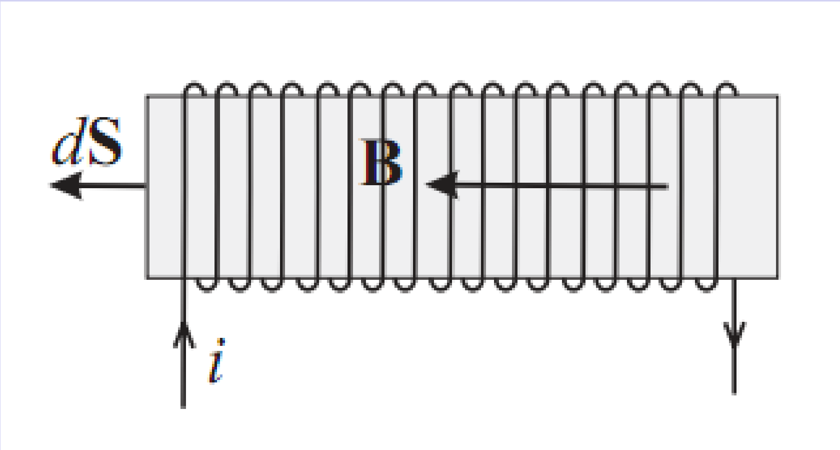
$$\mathscr{E}\,i = Ri^2 + Li\frac{di}{dt}.$$

Energía por unidad de tiempo que se almacena en el campo magnético del inductor.

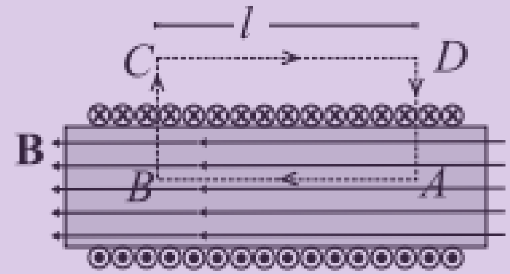
Si U_B es la energía almacenada en el inductor, entonces.....

$$\frac{dU_B}{dt} = Li\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Li^2\right).$$

$$U_B = \frac{1}{2}Li^2.$$



Recordando.....



$$\oint_{ABCD} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \int_{AB} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} \,,$$

$$\int_{AB} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = BL \,,$$

$$\int_{S(ABCD)} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = NI \,,$$

$$\oint_{\Gamma} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \int_{S(\Gamma)} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = \mu_0 I_\Gamma \,,$$

Para un solenoide esbelto de N vueltas y longitud l, el campo magnético en el interior del solenoide puede escribirse según (3.35) como

$$\mathbf{B} = \mu_0 n \, i \, \hat{\mathbf{u}} \,,$$

donde $n = N/l$ es la densidad lineal de espiras y $\hat{\mathbf{u}}$ es el vector unitario según el eje del solenoide. Dado que el diferencial de superficie de las espiras viene dado por $d\mathbf{S} = dS\hat{\mathbf{u}}$, el flujo que atraviesa las N espiras del solenoide será

$$\Phi = N \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = N \int_S B dS = NB \int_S dS = \mu_0 \frac{N^2}{l} iS \,,$$

de donde se deduce que la autoinducción L es

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} S = \mu_0 n^2 l S \,.$$

$$U_B = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 l S i^2 = \frac{1}{2\mu_0}\mu_0^2 n^2 i^2 S l \ .$$

$$U_B = \frac{B^2}{2\mu_0}\mathcal{V} \ ,$$

Densidad volumétrica de energía magnética

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$